II. RÁKÓCZI FERENC KÁRPÁTALJAI MAGYAR FŐISKOLA

Számvitel és Auditálás Tanszék

PÉNZÜGYI STATISZTIKA

OKTATÁSI JEGYZET

Beregszász

2025

TARTALOM

Bevezetés

A „Pénzügyi statisztika" oktatási jegyzet célja, hogy a hallgatók elsajátítsák a pénzügyi statisztika elméleti alapjait és módszertanát, valamint képesek legyenek statisztikai eszközökkel elemezni a pénzügyi szektor jelenségeit. A képzés során hangsúlyt kap az adatok gyűjtése, feldolgozása és értelmezése az államháztartás, bankrendszer, biztosítás, árstatisztika és vállalati pénzügyek területén..
A „Pénzügyi statisztika" tárgya a pénzügyi szektor (államháztartás, bankrendszer, biztosítás, vállalati pénzügyek, pénzforgalom, értékpapírpiac stb.) gazdasági jelenségeinek, folyamatai-nak és teljesítményének kvantitatív, mutatószámokon alapuló vizsgálata.

Feladatai:

- ***A pénzügyi jelenségek és folyamatok mutatórendszerének kialakítása*** (olyan kvantitatív mutatók meghatározása, amelyek alkalmasak a pénzügyi rendszer teljesítményének és szerkezetének leírására).
- ***A pénzügyi adatok gyűjtésének, rendszerezésének és feldolgozásának módszertani megalapozása*** (az adatok statisztikai elveken nyugvó begyűjtése és előkészítése elemzésre, a különböző pénzügyi ágazatokhoz (állami pénzügyek, bankrendszer, biztosítás stb.) illeszkedően.).
- ***A pénzügyi statisztikai információk elemzése és értelmezése*** (a pénzügyi mutatók alapján következtetések levonása a gazdasági folyamatok irányáról, hatékonyságáról, stabilitásáról és kockázatairól).
- ***A döntéstámogatás és pénzügyi tervezés statisztikai megalapozása*** (olyan statisztikai eszközök alkalmazása, amelyek elősegítik a megalapozott költségvetési, monetáris vagy vállalati pénzügyi döntéseket).
- ***A statisztikai módszerek és digitális eszközök integrálása (***számítástechnikai és adatvizualizációs technikák alkalmazása az elemzések előállításához, megjelenítéséhez és kommunikációjához).

A *pénzügyi statisztika* fő feladata a pénzügyi szféra jelenségeinek és folyamatai-nak objektív, mennyiségi (statisztikai) jellemzése, valamint a pénzügyi döntésekhez szükséges információk biztosítása statisztikai módszerek segítségével.

A tárgy teljesítése révén a hallgatónak
tudni kell:

- A pénzügyi statisztika fogalmát, tárgyát, feladatait és szerepét a gazdasági döntéshozatalban.
- A pénzügyi adatok gyűjtésének, rendszerezésének és ellenőrzésének módszertani alapelveit.

- A viszonyszámok, középértékek, szóródási mutatók kiszámításának szabályait és értelmezésüket pénzügyi összefüggésekben.
- Az indexek és idősorok típusait, számítási módjait, valamint azok alkalmazását infláció, hozam és volumenváltozások elemzésére.
- A statisztikai becslések és hipotézisvizsgálatok elméleti alapjait és gyakorlati alkalmazásukat pénzügyi adatokon.
- A korreláció- és regresszióelemzés elveit és alkalmazását pénzügyi változók közötti összefüggések feltárására.
- Az állami pénzügyek, költségvetés, adóbevételek és kiadások statisztikai elemzésének módszereit.
- A banki, biztosítási és vállalati pénzügyi folyamatok főbb statisztikai mutatóit és ezek értelmezését.
- Az ár- és inflációs statisztikák kialakításának és elemzésének gyakorlati módszereit.
- A pénzügyi statisztikai elemzésekhez szükséges számítógépes eszközök és szoftverek (pl. Excel, SPSS) alapvető alkalmazását.

képes kell lennie:

- Önállóan elemezni pénzügyi statisztikai adatokat különböző forrásokból (pl. KSH, MNB, Eurostat, IMF).
- Alkalmazni statisztikai módszereket a pénzügyi folyamatok (pl. infláció, költségvetési egyensúly, vállalati jövedelmezőség) értékelésére.
- Értelmezni és kiszámítani alapvető pénzügyi statisztikai mutatókat (indexek, viszonyszámok, szórás, regresszió stb.) gyakorlati problémák kapcsán.
- Felismerni az összefüggéseket pénzügyi változók között és regresszióanalízissel modellezni azokat.
- Megtervezni és kivitelezni egyszerű pénzügyi statisztikai felméréseket vagy kutatásokat.
- Létrehozni pénzügyi adatokat tartalmazó táblázatokat és grafikonokat, valamint világosan bemutatni az azokból levont következtetéseket.
- Használni táblázatkezelő és statisztikai szoftvereket (pl. Excel, SPSS, R) pénzügyi statisztikai feladatok megoldásához.

I. fejezet: A pénzügyi statisztika elméleti alapjai.

Annotáció. A pénzügyi statisztika a statisztikai tudományág egyik alkalmazott területe, amely a pénzügyi rendszer kvantitatív elemzésére és értelmezésére szolgál. Központi tárgyát képezik azok a pénzügyi jelenségek és folyamatok, amelyek a makrogazdaság és a mikrogazdasági szereplők működéséhez kapcsolódnak: államháztartás, monetáris szféra, biztosítás, hitelintézetek, értékpapírpiac. A pénzügyi statisztika célja, hogy megbízható információt nyújtson a pénzügyi döntéshozók számára a gazdasági folyamatok állapotáról, tendenciáiról, hatékonyságáról és kockázatairól.

A tantárgy feladata, hogy megismertesse a hallgatókkal a pénzügyi statisztikai mutatók felépítését, funkcióit és jelentésüket a pénzügyi tervezés és ellenőrzés szempontjából. A pénzügyi statisztika nem önállóan, hanem más tudományágakkal összhangban fejti ki hatását: szoros kapcsolatban áll a közgazdaságtannal, a pénzügytan elméletével, a számvitellel, valamint a gazdaságpolitikai elemzéssel és a döntéstámogató rendszerekkel. Közös pontjuk az adatok jelentésének és következményeinek értelmezése, különösen a makrogazdasági szabályozás és a vállalati pénzügyi stratégia területén.

A statisztikai adatgyűjtés a pénzügyi statisztika kiindulópontja, amely az adatok forrásainak meghatározását, az adatfelvétel típusainak kiválasztását és a mérési elvek alkalmazását foglalja magában. A feldolgozás során sor kerül az adatok ellenőrzésére, rendszerezésére, osztályozására és előkészítésére a kvantitatív elemzésekhez. A pénzügyi statisztika ezzel biztosítja, hogy a döntéshozók – legyen szó kormányzati, banki vagy vállalati szféráról – szakszerű és időszerű információk birtokában hozhassák meg gazdasági és pénzügyi döntéseiket.

1 Statisztika kialakulása, tudománytörténeti összefüggései

A statisztika szó a latin Status szóból származik, államot jelent. Ebből képezték a az államtudományokkal foglalkozó egyén megjelelölésére olasz nyelven a statista (államférfi) szót. Ebből ered a statistika, mely a gyakorlati politikusok számára szükséges ismereteket jelentette.

A tömegjelenségek jellemzőinek tömör, számszerű megismertetését szolgáló módszertana.

Statisztika kifejezés

- gyakorlati számbavételi tevékenység
- így nyert adatok összessége
- tömegjelenségek vizsgálatára szolgáló módszerek rendszere: meghatározott cél érdekében gyűjtött adatokat hogyan lehet feldolgozni, elemezni.

A vizsgálat tárgya a gazdasági, társadalmi és természeti jelenségek mennyiségi oldala, nem szakítva el a minőségi oldaltól alapvető matematikai ismeretekre való támaszkodás (mértani átlag, normális eloszlás, stb..)

<u>Ágazati statisztikák</u>

- **Társadalomstatisztika**
    - Népességstatisztika: népesség meghatározott időpontra vonatkozó számbavétele, népesség összetétele (nem, kor, foglalkozás, műveltség, anyanyelv, stb…), népesség változásának vizsgálata (születés, házasságkötés, halálozás, belső-külső vándorlás azaz migráció)
    - Igazságügyi statisztika
    - Igazgatási statisztika
    - Szociális statisztika
    - Kulturális statisztika
- **Gazdaságstatisztika**
    - termelés (ipar, mezőgazdaság), szállítás, hírközlés, város- és községfejlesztés (kommunális gazdálkodás), életszínvonal, nemzeti jövedelem (GDP) kérdéseivel foglalkozik
- **Jog és államtudomány területén:**
    - közigazgatási statisztika
    - igazságügyi statisztika
    - népességi statisztika

Ágazati statisztikák helyes művelésének előfeltétele annak a szaktudománynak az ismerete, melynek területén a statisztikai módszert alkalmazni kívánjuk.

<u>Statisztika kialakulása, története</u>

Végigkíséri az emberiség történetét, az emberi művelődés velejárója. A statisztika hasznos segítőtársa az embernek az állam irányításában, a társadalmi-gazdasági viszonyok megismerésére irányuló munkájában.

Az összeírási tevékenység kifejlődését hathatósan befolyásolta az erős központi hatalom kialakulása, a katona, rendőr és bíró mellett megjelent a statisztikus is.

<u>Kialakulásának 4 fő forrása:</u>

- összeírási tevékenység
- leíró statisztika
- kutató statisztika
- valószínűségszámítás és matematikai statisztika

Összeírási tevékenység

XVI.-XVII. századi összeírások

- **Dicalis összeírás (adóösszeírás)** XI-XVIII. századi társadalmi és gazdasági helyzetének megismeréséhez számszerű adatok. Adóösszeírások anyaga az adózás történetének megfelelően változott, bővült, átalakult. A történeti statisztika legrégibb formái, az 1530-1700-ig terjedő időre vonatkoznak, nagyrészt a jobbágynépességre tartalmaznak adatokat. Kihagy: zsellérek, pásztorok, kézművesek, földesúri birtokokon gazdálkodó népesség

- **Urbáriumok.** Földesúri összeírások (statisztikai leírás legősibb fajtái) XV. század elején: jobbágyok szolgáltatásait szabályozzák, XV. Század eleje, XI-XIV. századi urbáriumok történeti statisztikai célra még alig használhatók
  XVI. századtól kezdve egyre inkább táblázatos forma
  XVII-XVIII. század: tartalom egyre inkább kötöttebb, uradalmakhoz tartozó falvak, birtokok leírása, uradalomban élő népesség száma, társadalmi megoszlása (tisztviselő, jobbágy, házas, házatlan, zsellér, szolga, szolgáló, kézműves, pásztor), gyermekeinek száma, életkor, jobbágyok telkeinek nagysága, úrbéres szolgáltatások, állatállomány

- **Tized vagy dézsmajegyzékek**
  Világi és egyházurak a jobbágyokat a kilenced és a tized kiszedése útján adóztatták meg.
  Tized: egyház szedte: mindent amit Isten adott, egy tizedet az Istennek kell visszaadni
  Kilenced: földesúr szedte
  Kilenced és tizedjegyzékek alapján történt: ezekbe felvettek minden adóköteles terményt, jószágot, gabonát, bort. A jegyzékek adatai felelet adnak a jobbágyság számadataira, társadalmi megoszlására, terményei milyenségére terméseredményére, állatállományára, földbirtokára vonatkozóan. (párhuzam a mai korral: vagyon és adóbevallás) A jegyzékek 1650-től állnak rendelkezésre. Az Országos Levéltár XVI-XVII. Századi jegyzékeket őriz.

- **1715-20. évi összeírás** >>>>> Az 1696. évi összeírás volt az utolsó portális (dicalis) összeírás. Adózás ezt követően a tényleges földterület, a jobbágyság vagyoni helyzetének figyelembe vételével
  1715-20-as összeírásban először: iparosok, kereskedők is bekerültek
  Magyar jobbágyösszeírásban jobbágyok, zsellérek és szegények által művelt minden föld összeírása a föld minősége szerint (szántó, szőlő, erdő, stb..) ill. terméshozam összeírás is

A XVIII. És XIX. Század fontosabb összeírásai

- **Mária Terézia és II.József uralkodása alatt végrehajtott összeírások**
    - Nagyszombati Egyetemen Mária Terézia 1755-ben kötelezővé tette a statisztika oktatását
    - 2 évvel később önálló statisztikai tanszék felállítását rendelte el
    - 1767 és 1777 között a jobbágyság úrbéres terheinek rendezése céljából adatgyűjtés: összeírták a jobbágyok földjét, rétjeiket, szőlőiket, a jobbágyföldeket a talaj minősége szerint osztályozták és aszerint állapították meg a járulékot. Adatokból megállapítható: úrbéres parasztság száma, társadalmi megoszlása, vagyoni helyzete
    - II. József intézkedése: 1784-87-es népszámlálás, házak számozása, a telekkönyv ősét életre hívó földmérés, iskolareformok, a feloszlatott szerzetesrendek vagyonának kezelésével kapcsolatos leltározási munkák, stb…
- **1784-87. évi népszámlálás**
    - legátfogóbb összeírása e századnak a II. József féle népszámlálás. A klérus monopóliumának megnyirbálása, az állam erejéről, a népesség számáról, összetételéről eddig csak az egyház bírt tudomással. Az összeírásig nem volt ismert az ország teljes népessége, a demográfiai helyzetről nem volt adat, nem volt ismert a népesség foglalkozási megoszlása. Népszámlálás: minden falu, járás, megye népességi, szociális, kulturális viszonyainak megismerése. Hiányosság: csak a férfiakat kérdezte részletesen, a nőktől csak egy adatot.
- **A XIX. Századi összeírások**
    - II József halála után az 1804-05-ös összeírás következett, lajstromos kérdőíven. Az összeírás egysége a család, illetve a háztartás. Minden személy 1-1 sorban, név, születési év, a férfi lakosságra foglakozást is kérdezett, kor és vallási megoszlást is. Tartalmazat a távollévők és az ideiglenesen jelenlevők számát. Az összeírás megyei anyagát az Országos Levéltár illetve egyes vidéki (soproni, csongrádi) levéltárak őrzik, az egri érseki levéltár pedig az összeírás főösszesítését.
    - A hivatalos statisztikai összeírások előtt még három nagyobb összeírás a történeti statisztika tárgykörében: 1828. évi, 1848. évi népszámlálásszerű városi összeírás és az 1850-51. évi és az 1857. évi osztrák népszámlálás.

Statisztikailag leginkább használható helységnévtár Nagy Lajos készítette el.

Fényes Elek: XIX. Század első felének legnagyobb magyar statisztikusa.

A statisztikai tudomány leíró iránya az államok különböző viszonyainak leírásán túl nem megy, az ország földrajzi fekvését, éghajlatát, terményeit, gazdálkodását, állatállományát és közigazgatását írja le számok nélkül és főleg anélkül, hogy a vizsgált jelenség okaira rámutatna.
Kiemelkő Zeiler Márton német nyelvű műve: Descriptio Hungariae, oder die Beschreibung des Königreichs Ungarn című Ulmban 1646-ban kiadott műve.
Meg kell még említeni Bél Mátyást, művei között éppúgy találunk földrajzi, történeti, mint neveléstudományi, irodalomtörténeti munkákat.

Kutató statisztika

Angliában fejlődik ki. Nem az államnevezetességek leírására, hanem a polgári termelési viszonyok között fennálló összefüggések vizsgálatára használják.
Az itt kialakult statisztikának ma politikai aritmetika nevet adták.
A kutató statisztika előkészítése 1848 után Magyarországon az Akaémia keretében szervezett Statisztikai Bizottságban fejlődött ki, Weininger Vince, Bitnicz Lajos után Kőrösi József és Keleti Károly munkássága nyomán. Hunfalvy János: a műegyetem első statisztikai tanára
Keleti Károly: Statisztikai Hivatal főnöke. Kiemelkedő munkásság, magyar hivatalos statisztika jeles képviselője. Nemzetközi vonatkozásban megszerezte a külföld elismerését.
Kőrösi József: a fővárosi statisztikai hivatal igazgatója, nagy városok statisztikája
Thirring Gusztáv: demográfiai, történeti statisztikai tanulmányok, népességtörténeti tanulmányai
Informatika szerepe a statisztikában: adatfeldolgozás mennyisége és gyorsasága

2 Statisztikai sokaság és ismérv

2.1 Statisztikai sokaság

Definíció: a statisztikai megfigyelés tárgyát képező egyedek összessége, halmaza
Pl.: A II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola hallgatóinak száma 2022. október 1.
A sokaság konkrét meghatározásakor három fontos kérdésre kell tudnunk választ adni:

MI?	*HOL?*	*MIKOR?*
Főiskola hallgatói	Kárpátaljai	2022. október 1.

Egység

Definíció: a sokaságot alkotó egyedeket a sokaság egységegeinek nevezzük.
Pl.: Kiss István, a II. RF. Kárpátaljai Magyar Főiskola I. évfolyamos hallgatója 2022. október 1-én.

Ismérv

Definíció: olyan kritérium, vagy kritérium rendszer, amelyek szerint a sokaság egységeit jellemezni tudjuk.

Azokat a tulajdonságokat, amelyek a sokaság valamennyi egységét jellemzik közös ismérveknek, azokat pedig, amelyek tekintetében a sokaság egységei nem egyformák, megkülönböztető ismérveknek nevezzük.

Pl. Közös: Kiss-Kereskedő Kft-nél dolgozó személyek; Megkülönböztető: Kiss-Kereskedő Kft-nél dolgozók végzettség alapján történő megkülönböztetése (30 % felsőfokú, 70 % középfokú).

Az ismérvek hármas tipizálása alapján megkülönböztetünk:

- Tárgyi ismérv:
  - Mennyiségi
  - Minőségi
- Időbeli
- Területi

Mennyiségi ismérvek olyan számértékkel meghatározott megkülönböztető jelzőszámok, melyek valamely mennyiségi paraméter alapján bontja szét a sokaságot (életkor, testmagasság, lábméret).

A mennyiségi ismérvek lehetnek diszkrét és folytonos változatú. A diszkrét mennyiségi ismérv csak véges vagy megszámlálhatóan sok, egymástól jól elkülöníthető értéket vehet fel. A folytonos mennyiségi ismérv egy adott intervallumon belül bármilyen, tehát kontinuum számosságú értéket vehet fel.

A mennyiségi ismérvek osztályközbe való rendelése (1001-2000 UAH) azért is indokolt több esetben, mert az ismérvváltozatok végtelen sok variációja miatt a statisztikai közlés átláthatósága és egyszerűsége is megkívánja ezt a módozatot. Valamint bizonyos esetekben (pl. kérdőíves felmérés) eleve csak így gyűjthetők be az adatok.

Minőségi ismérvek valamely minőségi jellemző alapján szelektálja a sokaság egységeit: nem, foglalkozás, hajszín, tevékenységi kör.

Időbeli ismérvek az időbeli változást alapul véve szelektál, pl. a vállalat éves árbevételének megoszlása az év hónapjaiban.

Területi ismérvek földrajzi megjelölés alapján szelektál, pl. ország, megye, város, község.

Az ismérveket még olyan módon is csoportosíthatjuk, hogy:

1. Két változattal rendelkezik: alternatív ismérv – ilyenkor ez a tulajdonság meglétét vagy hiányát is kifejezheti (pl. nem).
2. Több változattal rendelkezik (pl. végzettség).

2.2 Mérési skálák

Az ismérvek tipizálásnál fontos megismerni a mérési skálákat. Ezek négy csoportra sorolhatóak:

1. *Nominális skála:*
   a. Ez a legegyszerűbb, ez szolgáltatja a legkevesebb információt
   b. Segítségével csak az ismérvek azonossága vagy különbözősége állapítható meg, pl: férfi vagy nő
2. *Ordinális skála*
   a. Ismérvértékek közötti sorrend is megállapítható
   b. Sorrendbe lehet rakni, de nem lehet az állítások között távolságot meghatározni
   c. pl: egészség (különböző szintek: nagyon jó, jó, közepes, rossz), katonai rendfokozat, stb.
3. *Intervallumskála*
   a. Kezdőpontja önkényesen választott, ezért az ismérvek sorrendje és különbsége értelmezhető, de aránya nem
   b. pl: IQ, Celcius
4. *Arányskála*
   a. A kezdőpontnak önálló jelentése van, adatain minden matematikai művelet értelmezhető
   b. pl: jövedelem, tömeg, testsúly, magasság, távolság stb.

2.3 Statisztikai adat és mutatószámok

Statisztikai adat

Definíció: valamely statisztikai sokaság tagjainak száma, vagy a sokaság valamilyen számszerű jellemzője. A statisztikai adatot körbevesszük fogalmi jegyekkel: adatazonosítók (mi? mol? mikor?), mennyiségi, minőségi, időbeli és területi azonosítók, valamint számérték és a hozzá kapcsolód mértékegység.

Statisztikai számok

Definíció: eredetük szerint abszolút és leszármaztatott számok lehetnek.

Abszolút: közvetlen mérés, számlálás útján jön létre (pl. Beregszász város lakosainak száma a 2001-es népszámlálási adatok tükrében). Az abszolút számok származhatnak elsődleges (primer) adatokból, amikor saját kutatás, gyűjtés alapján áll elő a statisztikai szám, vagy pedig másodlagos (szekunder) forrásból, mely estében mások által begyűjtött, de különálló adatok összegzésével, új elvek szerinti rendszerezésével áll elő az abszolút szám.

A másik nagy kategóriába a leszármaztatott számok tartoznak. Ebben az esetben különböző matematikai-statisztikai műveletek elvégzésével jutunk a származtatott adathoz. Pl. a vállalatnál dolgozó nők százalékos aránya.

A leszármaztatott számokat három fő kategóriába soroljuk:

- viszonyszámok;
- átlagok, középértékek;
- indexek.

Mutatószám

Definíció: mutatószámnak nevezzük azokat az abszolút, illetve leszármaztatott statisztikai adatokat és adatkategóriákat, amelyekkel valamilyen rendszeresen megismétlődő társadalmi, gazdasági jelenséget statisztikailag jellemezni tudunk. A teljesség igénye nélkül néhány ilyen mutató lehet: termelékenységi, hatékonysági, hitelképességi, munka színvonalát jellemző, jövedelmezőségi stb. mutatók.

A mutatószámok többnyire leszármaztatott számok, amelyek nem egyszer elemi modelleknek tekinthetők.

Modell

Definíció: a valóság lényegi összefüggéseit tömören jellemző logikai, matematikai, statisztikai konstrukciók.

Ilyen modelleknek számítanak pl. a regisztrációs függvények, vagy az operációkutatásban a lineáris programozási modellek.

2.4 Statisztikai munka szakaszai

A munka négy fő szakaszra bontható: 1. programkészítés, 2. adatgyűjtés, 3. adatfeldolgozás, 4. elemzés, értékelés, közzététel.

1. **Statisztikai programkészítés lépései:**
    a. Célkitűzés megfogalmazása
    b. Elemzés megtervezése
    c. Adatfeldolgozási terv készítése
    d. Szervezési feladatok

    Bár a konkrét munkavégzés itt még nem kezdődik el, viszont ahhoz, hogy a statisztikai munkánk sikeres, költséghatékony és minél alacsonyabb hibafokkal menjen végbe, fontos, hogy a tervezés alapos, jól átgondolt és a visszacsatolásokat jól beépített formájú legyen.
2. **Adatgyűjtés lépései:**

    Az alábbi kérdésekre kell választ adnunk az adatgyűjtés elkezdése előtt:
    - milyen adatokkal kívánunk dolgozni? (abszolút vagy leszármaztatott számok; primőr vagy szekunder adatok)
    - milyen csoportosításban?
    - mlyen adatszolgáltatótól származnak majd az információk?

    Az adatgyűjtés módjai:
    a. közvetlen megfigyelés
    b. kikérdezés
    c. önszámlálás

    Az adatfelvételt aszerint is szükséges megkülönböztetünk, hogy megfigyelt sokaságot milyen mértékben vesszük számba. Ennek megfelelően vank:
    a. Teljes körű: a sokaság minden egyedét megfigyeljük,
    b. Részleges adatgyűjtés:
        - Reprezentatív: véletlenszerűen válasszuk ki a minta adatokat, valamint az alapsokaság valamennyi egységének ugyanazt az esélyt biztosítjuk a mintába való bekerülésre, továbbá a kiválasztott elemek függetlenek egymástól.
        - Kontrollált kísérlet: főleg a mezőgazdaság területén vált be ez a módszer.
        - Nem reprezentatív megfigyelés.
3. **Adatfeldolgozás:**

    Az adatgyűjtésnél előálló adattömeg rendszerezett, átlátható, többnyire leszármaztatott számokká átalakított tömör formája, amely alkalmassá teszi a szerzett adatot publikálásra, további statisztai elemzéseknek való felhasználásra.

4. **Elemzés, értékelés, közzététel:**

    Az utolsó lépésnél használjuk azokat a statisztikai elemző módszereket, melyek jelen jegyzet fő tananyagát is képezi. Ezekkel az elemzésekkel tudunk levonni olyan társadalmi-gazdasági életre vonatkozó elemzéseket, melyek a puszta számokon túl valós tartalmi jellemzőkkel bírnak.

3 Statisztikai munka során előforduló hibák

A statisztikai munka miden fázisában adódhatnak hibák az adatfelvétel, feldolgozás, értékelés során. Pl. felvétel: besorolási hibák (háztartásoknál: nem elérhető, már nem létezik, nem háztartás valójában); felmérés: válaszadási hibák, ill. a felmérő biztos által generált hibák.
A mintavételezésnél a hiba abból adódik, hogy nem az egész mintát figyeltük meg.
Mivel a hibára előre számítunk, így azt is megtudjuk adni, hogy bizonyos valószínűségi paraméterek között milyen szintű hibafokra tudunk gondolni.
Szignifikáns számjegy: azon számjegyek, melyek pontosságát még garantálni lehet;

3.1 Statisztikai sorok és táblák

A statisztikai elemzések, elemzési módszerek alkalmazásának feltétele a statisztikai adatok sorokba történő rendezése. A sorokba rendezés csoportosítást vagy összehasonlítást tesz lehetővé.
Definíció: a statisztikai adatok valamilyen szempontok szerinti felsorolását statisztikai soroknak nevezzük.
A statisztikai sor két egymással összefüggő felsorolást tartalmaz:
1. egyrészt a csoportosító vagy összehasonlító ismérvek, ill. azok változatainak felsorolását;
2. másrészt a hozzájuk tartozó előfordulások (gyakoriságok) vagy értékek (értékösszegek) megadását.
Statisztikai sorok keletkezésének módjai:

- egy sokaság egynemű adatainak csoportosítása, osztályozása
- egy sokaság egynemű adatainak térbeli vagy időbeli összehasonlítása
- egyazon jelenségre, társadalmi vagy gazdasági egységre vonatkozó, többféle sokaság különnemű adatainak felsorakoztatása.

Statisztikai sorok altípusai:

1. csoportosító sor
2. összehasonlító sor
3. leíró sor

Csoportosító és összehasonlító sorok: ismérvtípusai alapján lehetnek:

- mennyiségi-, (pl. csoport hallgatóinak súly szerinti megoszlása)
- minőségi-, (pl. a főiskola hallgatóinak megoszlása hajszín szerint)
- területi- (pl. a főiskola hallgatóinak megoszlása származási helyszín szerint, járások alapján) és
- idősorok (pl. a csoport hallgatóinak rendezése születési év/hónap szerint).

Az ismérvek száma alapján megkülönböztetünk:

- egyszerű sorokat: egy ismérv szerinti csoportosítás,
- kombinatív sorokat: több ismérv szerinti csoportosítás.

A csoportosító sorok általános alakja:

Ismérvváltozatok	**Az előfordulások száma**	**Értékösszeg**
X_1	f_1	s_1
X_2	f_2	s_2
…	…	…
X_j	f_j	s_j
…	…	…
X_k	f_k	s_k
Összesen:	**N**	**S**

Az ábrán látható betűk jelentése:

- X_i = a csoportképző ismérv változata (i= 1, 2, … , k)
- f_i = gyakorisági mutató (részsokaság)
- s_i = értékösszeg (részsokaság)
- N = a sokaság egységeinek a száma (fősokaság)
- S = a sokaság egészének értékösszege.

Mintapélda:

Kiss-Iparos Kft. tevékenységi területenkénti árbevétel megoszlása 2022-ben.

Tevékenységi terület	**Árbevétel (UAH-ban)**
Mezőgazdasági termelés	25 000
Fafeldolgozás	42 000
Építő alapanyagok előállítása	39 000
Összesen:	**106 000**

Összehasonlító sorok

Az összehasonító sorok is egynemű (azonos fajtájú, ill. mértékegységű) adatokból állnak, de összegzésüknek nincs értelme, mert az adatok vagy nem értelmezhetőek összegezve, vagy a felsorakoztatásuknak nem ez volt a célja.

Az összehasonlító sorok általános alakja:

Ismérvváltozatok	Az előfordulások száma	Értékösszeg
X_1	f_1	s_1
X_2	f_2	s_2
…	…	…
X_j	f_j	s_j
…	…	…
X_k	f_k	s_k
Összesen:	**N**	**S**

Mintapélda:

Kiss-Gazda Kft. földterületének megoszlása
Kárpátalja járásaiban (2021).

Járás megnevezése	Földterület (Ha)
Beregszászi	15
Szöllősi	22
Ungvári	13
Munkácsi	20
Összesen:	**70**

A folytonos mennyiségi ismérveknél szinte mindig, a diszkért ismérveknél pedig akkor, ha azok nagyobb számú ismérvértékkel rendelkeznek, az osztályközökre való bontást használjuk. Az osztályközök kialakításánál két problémát kell megoldani:
- milyen hosszúak legyenek az osztályközök?
- milyen értéket tekintsünk osztályhatárnak?

Az osztályhatárokat ott kell megjelölni, ahol a mennyiségi változás egyidejüleg a minőség lényeges megváltozásával jár együtt. Az egyes osztályok határait (alsó és felső) úgy kell kijelölni, hogy az ismérvértékek folyamatosan és egyértelműen besorolhatók legyenek az egyes osztályközökbe.

Ennek megfelelően a következő jellemzőket kell meghatározni az osztályközök kijelölésénél:

- Az egyes osztályok alsó és felső határértékeit;
- A határértékek különbségeit, az osztályok hosszának (intervallumának) nagyságát;
- Az osztályok határértékeinek átlagát, osztályközép (U_i).

Mintapélda:

Best Kft. alkalmazottjainak megoszlása fizetés alapján 2023. februárjában.

Havi fizetés (UAH)	Alkalmazottak száma (fő)	Becsült havi fizetés
900 – 1 200	5	5 250
1 201 – 1 500	15	20 250
1 501– 1 800	18	29 700
1 801 – 2 100	12	23 400
2 101 –	10	22 500
Összesen:	**60**	**101 100**

A 60 alkalmazott kimutatása bár elvben lehetséges diszkrét gyakorisági sorban, de értelemszerűen osztályközös gyakorisági sorba való rendezése átláthatóbbá és közölhetőbbé teszi az adathalmazt.
A fizetési értékek alsó és felső értékét kell alapul venni az osztályközök kijelölésénél. Bár nem kötelező, de szerencsésebb egyenlő szélességű intervallumokat használunk (jelen példánál 300 UAH-val változnak az értékek). Az osztályok kijelölésénél szerencsés, hogy az osztályba kerülés kb. egyforma nagyságrendet eredményezzenek.
Amennyiben a fizetések valós értékét nem tudjuk, csak annyi információnk van, hogy melyik osztályközbe milyen gyakorisággal szerepelnek az alkalmazottak, akkor ilyen esetben csak becsült fiztési értékeket tudunk számítani. Jelen példában a 60 alkalmazott havi becsült összes fizetése 101 100 UAH.
A mennyiségi sorokat altípusokra bontjuk, melyek a következők:

- Gyakorisági sor: a mennyiségi ismérv szerinti osztályozás eredményeként kapott speciális csoportosító sor.

Ha a mennyiségi ismérv diszkrét és kevés változattal rendelkezik (pl. a családok gyerekszáma), akkor a gyakorisági sorban minden ismérvértéket felsorolunk.

Ha a mennyiségi ismérv folytonos, vagy diszkrét ugyan, de az általa felvehető értékek sokfélék lehetnek (pl. az aktív keresőket havi keresetük szerint csoportosítjuk), akkor az ismérvértékek tartományát egymást át nem fedő intervallumokra, ún. osztályközökre bontjuk. Az így képzett sort osztályközös gyakorisági sornak nevezzük.

A gyakoriság (fj) azt mutatja, hogy a mennyiségi ismérv szerint képzett egy-egy osztályba a sokaságnak hány egysége tartozik.

- Relatív gyakorisági sor: megmutatja, hogy a mennyiségi ismérv szerint képzett egy-egy osztályba (osztályközbe) a sokaságnak hányad része (hány százaléka) tartozik.

  A relatív gyakoriságok (g_j) nem mások, mint a gyakoriságokból számított megoszlási viszonyszámok:

$$g_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{f_i}{n}$$

  f_i: az i-edik osztályhoz (osztályközhöz) rendelt gyakoriság,

  g_i: az i-edik osztályhoz (osztályközhöz) rendelt relatív gyakoriság,

  n: a sokaság/minta elemszáma.

- Kumulált gyakorisági/relatív gyakorisági sorok: a gyakorisági/relatív gyakorisági sorokban rejlő információk tovább bővíthetők a gyakoriságok/relatív gyakoriságok halmozott összeadásával, azaz kumulálásával.

  Megkülönböztetünk:

  - felfelé, illetve
  - lefelé kumulált gyakorisági/relatív gyakorisági sorokat.

  A felfelé kumulált gyakoriságok (f_i'), illetve relatív gyakoriságok (g_i') adatai azt mutatják, hogy az adott osztályköz felső határának megfelelő és annál kisebb ismérvértékek hányszor (f_i'), illetve milyen arányban (g_i') fordulnak elő. A kumulált gyakorisági, illetve relatív gyakorisági sorokat úgy képezzük, hogy a gyakoriságokat, illetve relatív gyakoriságokat rendre halmozva összeadjuk felülről lefelé haladva.

  A lefelé kumulált gyakoriságok (f_i"), illetve relatív gyakoriságok (g_i") adatai azt mutatják, hogy az adott osztályköz alsó határánál nagyobb ismérvértékek hányszor (f_i"), illetve milyen arányban (g_i") fordulnak elő.

- Értékösszegsor: a mennyiségi ismérv alapján kialakított osztályokhoz (osztályközökhöz) az azokba tartozó egységek ismérvértékeinek összegét rendeli.

A vizsgált mennyiségi ismérv értékeinek egyes osztályokon (osztályközökön) belüli összegeit értékösszegeknek (S_i) nevezzük.

Az egyes osztályokhoz tartozó értékösszegeket (S_i) az ismérvértékek **(x_I)** és a gyakoriságok (f_i) szorzataként kapjuk:

$$S_i = f_i \times x^i$$

A sokaság teljes értékösszege (S):

$$\sum_{i=1}^{k} S_i = S$$

Ha csak az osztályközös gyakorisági sor áll rendelkezésre, akkor az értékösszegeket (S_i) a gyakoriságok (f_i) és az osztályközepek **(x_I)** szorzataként becsüljük.

Az i-edik osztályközép:

$$x_i = \frac{x_{ia} + x_{if}}{2}, \text{ ahol}$$

x_I: az i-edik osztályközép

x_{IA}: az i-edik osztályköz alsó határa

x_{IF}: az i-edik osztályköz felső határa

- Relatív értékösszegsor: az értékösszegek megoszlását mutatja.

Relatív értékösszegen (Z_i) olyan megoszlási viszonyszámot értünk, amely az egyes osztályok értékösszegét (S_i) a teljes értékösszeghez (S) viszonyítja.

$$Z_i = \frac{S_i}{S}$$

- Kumulált értékösszegsor: a gyakorisági sorokhoz hasonlóan az értékösszegsorból és a relatív értékösszegsorból is képezhetünk felfelé kumulált (Z_i'), illetve lefelé kumulált (Z_i'') sorokat.

<u>Mintapélda</u>

Egy kárpátaljai vállalatnál 60 alkalmazott dolgozik. 2020-ben az alábbi kereseti adatokat ismerjük vállalat dolgozóiról:

Nettó kereset Hr/hó	Alkalmazottak száma
	fő
-700	*10*
701- 1400	*30*
1401-2100	*15*
2100-	*5*
Összesen:	**60**

Feladat:

a) Állapítsa meg a statisztikai sor és az ismérv típusát!

b) Készítsen relatív gyakorisági sort, becsült értékösszegsort, ill. relatív értékösszegsort. Kumulálja a gyakoriságokat, a relatív gyakoriságokat, az értékösszegeket és a relatív értékösszegeket!

c) Értelmezzen egy-egy adatot minden egyes statisztikai sorból!

Megoldás:

a) Osztályközös gyakorisági sor, diszkért mennyiségi ismérv.

Jövedelem USD/hó	Meg-oszlás, gyak-oriság	Relatív gyak.	Kumulált gyak. felfelé	Komulált gyak . lefelé	Osztály közép	Érték-összeg	Relatív érték-összeg	Komulált relatív gyak. lefelé	Komulált relatív gyak felfelé
	f_i	g_i	f_i'	f_i''	u_i	S_i	Z_i	g_i'	g_i''
-700	*10*	0,167	10	60	350	3500	**0,05**	0,167	1
701- 1400	*30*	**0,5**	40	**50**	1050	31500	0,45	0,667	**0,833**
1401-2100	*15*	0,25	**55**	20	1750	26250	0,375	**0,917**	0,333
2100-	*5*	0,083	60	5	1750	**8750**	0,125	1	0,083
Összesen:	**60**	**1**	**-**	**-**	**-**	**70000**	**1**	**-**	**-**

b) Adatok gazdasági értelmezése (a táblázat feketével szedett értékei):

[0,5]: A vállalatnál dolgozók 50 %-a keres 700 és 1400 USD között.

[55]: Ilyen számban keresnek kevesebbet, mint 2100 hrivnya.

[50]: A cégnél 50 alkalmazottnak nagyobb a fizetése, mint 700 USD.

[8750]: Becsülhetően azok az alkalmazottak (5 fő), akik többet keresnek, mint 2100 USD, ők összesen adott hónapban 8 750 USD -t kapnak nettóban.

[0,05]: 5 % azoknak az aránya a teljes bérkifizetésből, akik a vállalatnál kevesebb, mint 700 USD -t keresnek.

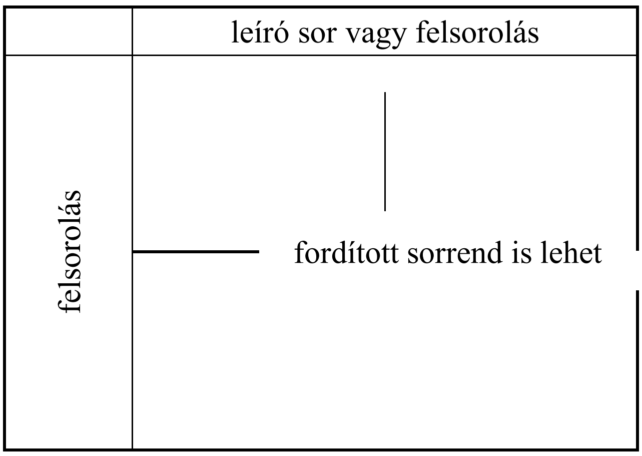
[0,917]: Akik kevesebb, mint 2100 hrivnyát keresnek, azok az összes bérkifizetés 91,7 %-át viszik haza összesen.

[0,833]: Akik többet, mint 700 USD -t keresnek, azok az összes bérkifizetés 83,3 %-át viszik haza.

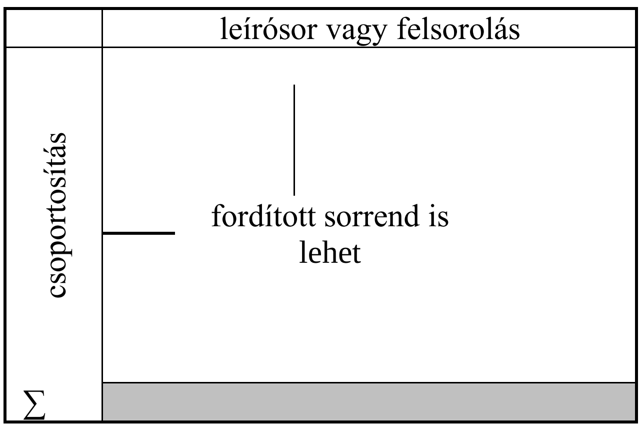
Statisztikai táblák

Ahogyan a statisztikai sorok bemutatásánál is megfigyelhettük, a statisztikai sorok táblázatokba foglalva jelentek meg. A táblák a statisztikai munka valamennyi szakaszának fontos segédeszközei, hiszen az adatok feldolgozását, elemzését és az imények közzétételét is ezek által tehetjük áttekinthetőbbé.
Általános meghatározásunk szerint mégis azt mondjuk, hogy a statisztikai egymás mellé, illetve egymás alá illesztett statisztikai sorok összefüggő rendszerei.
A statisztikai táblákat a bennük foglalt statisztikai sorok fajtái, illetve azok készítésének módjai szerint különböztetjük meg.

Egyszerű tábla

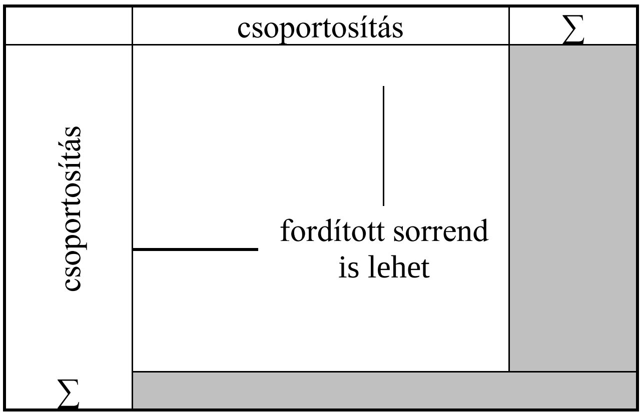


Csoportosító tábla



A csoportosító sorokat csoportosító táblákba foglaljuk. A táblázat adati vagy sor, vagy oszlop szerint összesíthetők.

Kombinációs tábla



Lehetőségünk van arra is, hogy a csoportosítást egyszerre több ismérv szerint (kombinatív csoportosítással) is elvégezhetjük. Főleg akkor tesszük ezt, ha az ismérvek közötti kapcsolatok feltárása a célunk. Ilyenkor a kombinatív csoportosítás eredményeit kombinációs táblázatba foglaljuk.

A statisztikai táblák szerkezetileg két fő részre oszthatóak:

- Szöveges magyarázó részre
- Adatokat tartalmazó táblamezőkre.

Táblázatok általános felépítése

	Fejrovatok			Összesen
			Oszlop	Összesítő oszlop
	S o r			
	Rekesz			
Összesen	Részösszegek			Főösszeg

Elemi formai követelmény a vizsgálat céljának legmegfelelőbb táblatípus kiválasztása és megszerkesztése, címmel történő ellátása, a megnevezések fej- és oldalrovatokban történő elhelyezése, ennek megfelelő hálózat készítése, a mértékegységek, az adatok tartalmára vonatkozó megjegyzések (ha szükséges), illetve az -adatok forrásaira történő hivatkozások feltüntetése.

A tartalmi követelmények a táblázat adatokkal történő kitöltéséhez kapcsolónak. Ennek megfelelően a táblamező valamennyi rekeszének információt kell közölnie, mégpedig vagy statisztikai adat formájában, vagy pedig mindenki által egységesen értelmezett jelölések formájában. A használható jelölések és azok tartalma a következő:

- (-) a jelenségre nincs adat
- (...) a jelenségre a valóságban létezik adat, de nekünk nem áll rendelkezésünkre
- 0,0 a táblázatban megadott mértékegységhez viszonyítva a rendelkezésünkre álló adat igen kicsi értékű
- (+) az adat jobb felső oldalán becslés eredményére utal
- (*) ugyancsak az adat jobb felső oldalán jelzi, hogy megjegyzést fűztünk az adathoz.

Tartalmi követelmény továbbá a táblázat adatainak (statisztikai sorainak) szakmai, logikai áttekinthetősége, illetve a táblázatban végzett műveletek (pl. ösz- szegzések) számszaki helyessége.

A statisztika általános elméletének fogalmai szerint a mérlegek is speciális statisztikai táblák, noha előfordulásuk inkább az elemzési körben szokványos. Két leggyakoribb formája:

- az ún. „könyvviteli típusú" - álló és mozgó sokaságok közötti összefüggésen alapuló - mérleg és
- az ún. „sakktáblaszerű" - mozgó sokaságokkal elszámoló - mérleg szokott előfordulni.

A mérlegmódszer alkalmazása különösen jelentős a demográfiában, illetve a gazdaságstatisztikában. A sakktáblaszerű mérlegek felhasználásának kiemelt területe az ágazati kapcsolatok mérlegének összeállítása.

II. fejezet: Viszonyszámok, középértékek és szóródási mutatók számítási módszertana

Annotáció. A pénzügyi statisztika egyik alapvető módszertani eszköztárát a viszonyszámok, középértékek és szóródási mutatók alkotják, amelyek a pénzügyi jelenségek közötti összefüggések feltárására, összehasonlíthatóságára és változékonyságuk megértésére szolgálnak. Ezek a mutatók alapot biztosítanak a pénzügyi döntések kvantitatív megalapozásához, legyen szó költségvetési tervezésről, banki kockázatelemzésről vagy vállalati teljesítménymérésről.

A viszonyszámok olyan arányos mutatók, amelyek két mennyiség relációját fejezik ki. A dinamikus viszonyszámok időbeli összehasonlítást tesznek lehetővé, például a költségvetési bevételek vagy a hitelállomány változásának százalékos alakulását több éven keresztül. Ezzel szemben a statikus viszonyszámok egy adott időpontra vonatkozóan fejeznek ki arányokat, például az adóbevételek és a GDP viszonyát. A viszonyszámok alkalmazása segíti a pénzügyi trendek, eltérések, hatékonysági mutatók és koncentrációs viszonyok számszerűsítését.

A középértékek a sokaság általános jellemzőinek megragadására szolgálnak. Leggyakoribb típusuk az aritmetikai közép, amely a teljes értékösszeg és az elemszám hányadosaként adódik, de a pénzügyi gyakorlatban fontos szerepe van a módusznak (leggyakoribb érték), a mediánnak (középső érték), valamint a súlyozott középértéknek, különösen akkor, ha eltérő fontosságú vagy gyakoriságú elemekről van szó. Ezek segítségével következtethetünk például egy háztartás átlagos jövedelmére, a kamatszintek középértékére, vagy egy értékpapír-portfólió összetételének pénzügyi átlagára.

A szóródási mutatók azt mérik, hogy az egyes adatok mennyire térnek el a középértéktől, azaz mekkora az adatsokaság belső változékonysága. A legegyszerűbb mérőszám a terjedelem, amely a legnagyobb és legkisebb érték különbsége. Ennél pontosabb a szórás, amely az eltérések négyzetes átlaga, míg a relatív szórás százalékosan fejezi ki a szórás nagyságát a középértékhez képest. A variációs együttható a szóródás és az aritmetikai közép arányát mutatja, és különösen fontos a különböző nagyságrendű adatok összehasonlításánál. Ezek a mutatók elengedhetetlenek a pénzügyi kockázatelemzés, volatilitásmérés vagy portfólió-összehasonlítás során.

A viszonyszámok, középértékek és szóródási mutatók alkalmazása nem csupán technikai kérdés, hanem alapvetően befolyásolja az adatokból levont következtetések érvényességét. A helyes mutatóválasztás, pontos számítás és értelmezés képessége kulcsfontosságú minden olyan pénzügyi szakember számára, aki felelős gazdasági döntések előkészítésében vesz részt.

2.1 Viszonyszámok számítása

A statisztikai adatfelvételek eredményeként nyert alapinformációk összesítése, csoportosítása segítségével eljutunk a statisztikai adatokhoz. Ezen primer (elsődleges) adatok összehasonlításával lehetővé tesszük a társadalmi-gazdasági jelenségek közötti összefüggések feltárását.

Igen gyakran alkalmazzuk az ilyen elemzéseinknél a statisztikai adatok közötti viszonylagos nagyság megállapítását, melyet két módon van lehetőségünk megtenni:

- két statisztikai adat különbségének a meghatározásával
- a két adat hányadosának a képzésével.

A különbségek meghatározása alapvető matematikai műveletnek számít, így a továbbiakban a második módszerrel fogunk részletesebben foglalkozni.

Definíció:

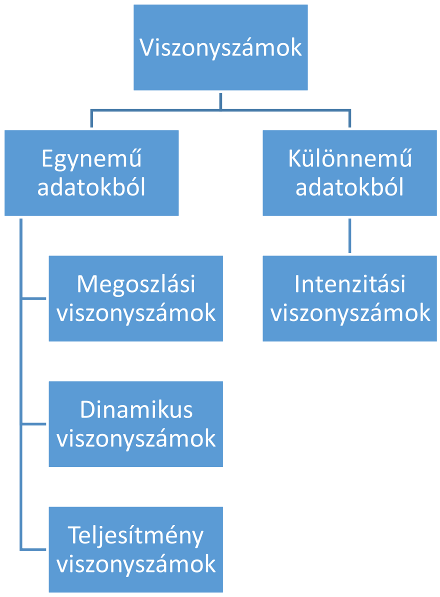
A viszonyszám két egymással valamilyen kapcsolatban lévő statisztikai adat hányadosa.

$$V(Viszonyszám) = \frac{A}{B} = \frac{viszonyított\_adat / viszonyítás\_tárgya}{viszonyítási\_alap / viszonyítás\_bázisa}$$

Az összehasonlításban, az adatok jellege szerint a viszonyszámok két alapvető csoportját különböztetjük meg:

- egynemű adatokból és
- különnemű adatokból számított viszonyszámokat.

A viszonyszámok logikai struktúráját a következő ábra jelzi:



2.1.1 Egynemű adatokból számított viszonyszámok:

Az ebbe a csoportba tartozó viszonyszámok közös jellemzője, hogy az összehasonlított adatok egyneműek, tehát azonos mértékegységűek, s így csak időbeliség, területi vagy egyéb jellemzők alapján térnek el egymástól.

Megjelenési forma lapján ezeket a viszonyszámokat meghatározhatjuk:

- együtthatós formában: pl. X vállalat árbevételének alakulása 2022 III. negyedévében 250 ezer UAH, és IV. negyedévében 300 ezer UAH. Ebből az következik, hogy a két negyedév összehasonlításából (300 : 250) együtthatós formában azt az eredményt kapjuk, hogy a vállalat árbevétele az utolsó negyedévben 1,2-szerese az előző időszakinak;
- százalékos formában: pl. az előző példát folytatva, ha azt szeretnénk kifejezni, hogy hány százalékkal változott az utolsó negyedévben az árbevétel, akkor az 1-től való eltérés (+0,2) százalékos formáját alkalmazva (20 %) tudjuk értelmezni a kérdést. Tehát 20 %-al nőtt a vállalat árbevétele;
- ezrelékes formában: ennek alkalmazása akkor indokolt, ha a viszonyítási adat (A) és a viszonyítási alap (B) közötti eltérés igen jelentős (pl. ha 0,5 ‰-es Kárpátalján az orvos ellátottság, akkor ez azt jelenti, hogy 2000 lakosra egy orvos jut átlagosan).

Megoszlási viszonyszám

Definíció:

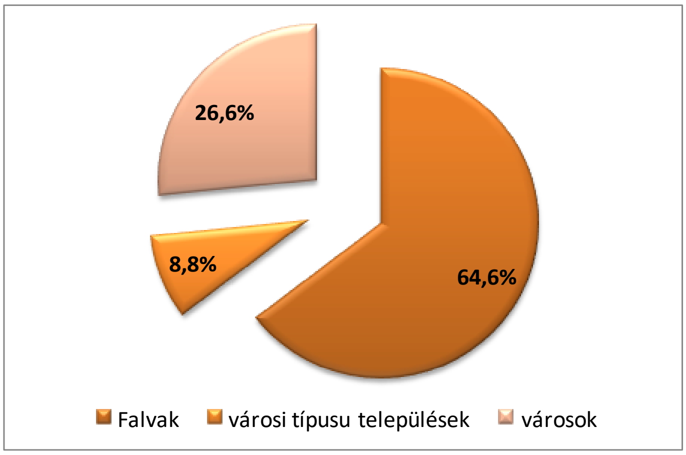
Megoszlási viszonyszám: a sokaság egyes részeinek a sokaság egészéhez viszonyított arányát fejezi ki. Meghatározása úgy történik, hogy a statisztikai sor adatait elosztjuk az összesen adattal. Leggyakrabban minőségi és mennyiségi sorokból számítjuk. A megoszlási viszonyszámok a jelenségek struktúráját jellemzik, a sokaság belső szerkezetét önmagában fejezik ki. Pl.: A hallgatók 60%-a nő.

$$V_m = \frac{X_i}{\sum X_i} \bullet 100\%, vagy: g_i = \frac{f_i}{\sum f_i}$$

A megoszlási viszonyszámra úgy tudunk legkönnyebben ráismerni, hogy mindig a rész/egész hányadossal jellemezhető. A korábbiakban átvett relatív gyakoriság (mint a fenti képlet is mutatja) tipikus formája a megoszlási viszonyszámoknak.

A megoszlási viszonyszámokat rendszerint kördiagram formájában szoktuk ábrázolni. Például a 2001-es népszámlálási adatokból tudjuk, hogy Kárpátalján a vizsgált időpontban a lakosok majd 2/3 arányban falvakban laktak.

A magyar lakosság településtípus szerinti eloszlása Kárpátalján, 2001.



Forrás: *Népszámlálás, 2001.*

Dinamikus viszonyszámok

Definíció:

A **dinamikus viszonyszámok** az időbeli összehasonlításra szolgál, tehát két időszak vagy időpont adatának, mégpedig az összehasonlítás tárgyát képező ***tárgyidőszaknak***, valamint az összehasonlítás alapját képező ***bázisidőszaknak*** a hányadosa.

A dinamikus viszonyszámok együtthatós és százalékos formában is értelmezhetőek. Két formája létezik: bázis - és láncviszonyszámok

Bázisviszonyszámok

Bázisviszonyszám (V_b): állandó bázissal számított dinamikus viszonyszám. Számításánál a tárgyidőszak adatait (y_i) az állandó bázis értékével (y_0) osztjuk el.

$$V_b = \frac{y_i}{y_0}$$

Láncviszonyszámok

Láncviszonyszám (V_l): olyan láncszerűen egymáshoz kapcsolódó dinamikus viszonyszám, melynél minden időszak (pl. év) adatát az őt megelőző időszak adatához viszonyítjuk. Más néven ezt a mutatót változó bázisú viszonyszámoknak is nevezzük.

$$V_l = \frac{y_i}{y_{i-1}}$$

Mintapélda

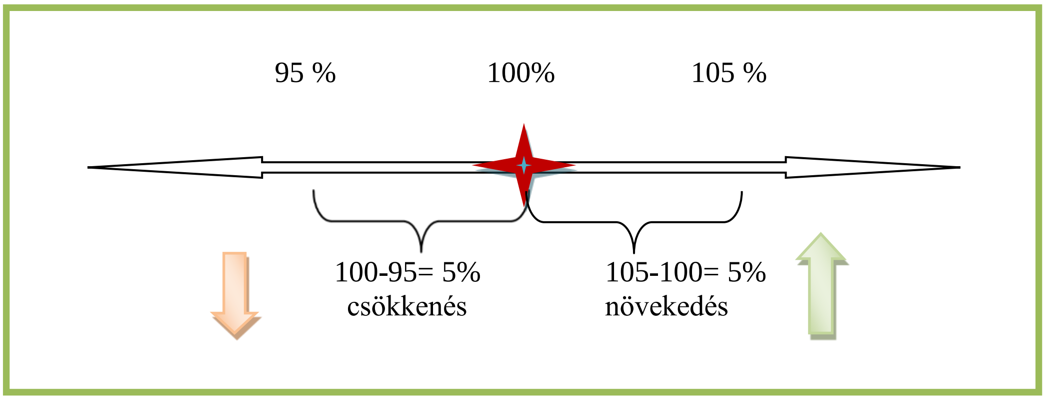
Bereg Bt. vállalat alkalmazottainak száma (2017-2022).

Év	Alkalmazottak száma (fő)	2017=100%	Előző év = 100 %
2017	16	100,0	-
2018	25	**156,3**	156,3
2019	21	131,3	84,0
2020	20	125,0	**95,2**
2021	22	137,5	110,0
2022	24	150,0	109,1

Az alkalmazottak számának alakulását két viszonyszámmal is tudjuk jellemezni. Bázisviszonyszám számítást láthatjuk a táblázat 3. oszlopában.

[156,3] Ez az érték %-ban van kifejezve, ahol a 2018-as év tárgyidőszaki értékét (25 fő) viszonyítottuk a bázisidőszaki év értékéhez (16 fő). Értelmezhető úgy is az adat, hogy 2017-hez képest több mint másfélszerese (1,563) az alkalmazottak száma 2018-ban, vagy pedig 156,3 százaléka; valamint úgy is megfogalmazható a számított adat, hogy a vizsgált időszakban 56,3 %-al nőtt a vállalat alkalmazottainak a száma.

[95,2] Ez az érték azt fejezi ki számunkra, hogy 2020-ben az előző évhez képest az alkalmazottak számában visszaesés tapasztalható: 95,2 %-a a 2019-es évnek, vagy pedig 4,8 %-al (100-95,2) csökkent a vállalkozás munkavállalóinak a száma.



Az ábra azt szemlélteti, hogy viszonyszámok természete szerint a központi kérdésünk az adatok értékelésekor a 100 %-hoz való viszony jelzése:

- amikor az érték pont 100 % = nincs változás,
- amikor az érték nagyobb mint 100 % = növekedés tapasztalható,
- amikor az érték kisebb mint 100 % = csökkenés

Összefüggések a bázis- és láncviszonyszámok között

A legalapvetőbb összefüggés jól szemléltethető az előző minta példa tanulmányozásával.
Az alkalmazottak számának alakulását bázis- és láncviszonyszámok segítségével elemeztük. A láncviszonyszámokat a következő arányokkal határoztuk meg:

$$\frac{25}{16}\cdot\frac{21}{25}\cdot\frac{20}{21}\cdot\frac{22}{20}\cdot\frac{24}{22}=\frac{24}{16}=1{,}5\rightarrow 150\%$$

Amennyiben összeszorozzuk a láncviszonyszámok értékét (1,563×0,84×…1,091), akkor ugyan azt az értéket kapjuk, mintha az elosztanánk az első és utolsó elemét a sokaságnak (tehát a példában kiszámoljuk a 2022-es év bázisviszonyszámát). Ennek az összefüggésnek a középértékeknél lesz jelentősége.
Foglaljuk most össze, hogy milyen összefüggései vannak a bázis- és láncviszonyszámoknak:

- a legelső időszakra nem tudunk láncviszonyszámot számítani (pl. 2017, a rekeszbe kötőjellel jelöljük az érték hiányát);
- az állandó bázisul választott időszakban a bázisviszonyszám egyenlő 1-el / 100 %-al;
- az állandó bázisidőszak utáni első tárgyidőszakban a bázis és láncviszonyszámok megegyeznek;
- az állandó bázis után k láncviszonyszám szorzat egyenlő a k-adik bázisviszonyszámmal (a fenti példa definíciója);
- bázisviszonyszámokból úgy számíthatunk láncviszonyszámokat, mint az eredeti abszolút számokból. Ez azt jelenti, hogy az egymást követő két bázisviszonyszám hányadosa megadja a k-adik láncviszonyszámot (2019 és 2018 viszonylatában: 1,313 ÷ 1,563 = 0,84, tehát 84 %, ami a 2019-es év láncviszonyszáma);
- az eredeti abszolút számok ismerete nélkül is átszámíthatjuk a bázisviszonyszámokat új bázisra úgy, mintha a bázisviszonyszámok abszolút számok lennének.

Teljesítmény viszonyszámok

A gazdasági döntéshozatal folyamatában a döntéshozónak állandóan mérlegelnie kell a múltbeli gazdasági teljesítmény, a jelenlegi adatok és a várható, ill. kívánt jövőbeni teljesítmény ismeretében, valamint becslésének megfelelően.
Természetesen a múltbeli és jelen adatokra, mint tényekre hagyatkozhatunk, de a jövőbeli értékeket csak becsülni tudjuk. Sok esetben a realitásoknak megfelelően, de mégis a kívánalmainkat kifejező adatot határozunk meg, amely egy célértéknek mutat fel.

A teljesítmény viszonyszámok feladata, hogy ezeket a célokat mutatószámok segítségével határozza meg, ill. folyamatosan kontrolálja az idő előrehaladásával az teljesítmény teljesülését.
A teljesítmény viszonyszámok között három típus határozunk meg:

Tervfeladat viszonyszám (V_{tf}): valamilyen optimálisnak tartott, norma vagy terv szerinti értéket viszonyítunk a bázisul választott adathoz.

$$V_{tf} = \frac{Terv}{Bázis} = \frac{x_{terv}}{x_0},$$

mely megmutatja, hogy a bázishoz képest hány %-os növekedést irányoztak elő.

Tervteljesítési viszonyszám (V_{tt}): valamilyen ténylegesen elért eredményt ugyanazon jelenség opotmálisnak tartott, norma vagy terv szerinti értékéhez viszonyítunk.

$$V_{tt} = \frac{Tény}{Terv} = \frac{x_1}{x_{terv}}$$

mely megmutatja, hogy milyen %-ban teljesítettük túl, vagy alul a tervet.

Tervszerűségi viszonyszám (V_{tsz}): a mutató tervtől való eltérések abszolút érték határozzam meg a terv viszonylatában.

$$V_{tt} = \frac{Tervszerűeég}{Terv}$$

megmutatja, hogy hány %-ban voltunk tervszerűek. Értéke 0-100 % között mozoghat.

Mintapélda:

Állattartó Kft teljesítményének alakulása 2021-2022 viszonylatában.

Állatállomány típusa	**Értékesítés árbevétele (UAH)**						
	Tényleges, 2021 (X_0)	**Tervezett, 2022 (X_{terv})**	**Tényleges, 2022 (X_1)**	**V_{tf}, %**	**V_{tt}, %**	**Tervszerűség, UAH**	**V_{tsz}, %**
Szarvasmarha	150000	190000	170000	126,67	89,47	20000	89,47
Sertés	110000	120000	125000	109,09	104,17	5000	95,83
Baromfi	55000	30000	30000	54,55	100,00	0	100,00
Bárány	30000	50000	45000	166,67	90,00	5000	90,00
Összesen:	**345000**	**390000**	**370000**	**113,04**	**94,87**	**30000**	**92,31**

A példában szereplő vállalat négy állatfajta tartásából származó bevételeit elemezzük. Adottak nekünk a 2021-es év árbevétel adatai, valamint a következő évre 2021-ben kalkulált tervadatai.

Majd pedig rendelkezésünkre állt a 2022-es tényleges adatok is.

Feladat, hogy megismerjük a vállalat teljesítményét és tervezésének pontosságát. Ezért három mutató kiszámítását kell megejteni, melyeket állat fajtánként és összesen is tudunk értelmezni.

A továbbiakban értelmezzünk egy-egy értéket

V_{tf}=126,67% - a szarvasmarha állomány árbevételében a vállalat 26,67%-os növekedést szeretett volna elérni a következő évben (tehát 150 ezer UAH-ról 190 ezer UAH akarta növelni a szarvasmarhából befolyó bevételét).

V_{tt}=89,47 % – a tervteljesítési mutató azonban jelzi, hogy ezt a tervet nem sikerült teljesíteni, ugyanis közel 10,5 %-os elmaradás tapasztalható a tervértékhez képest (bár a tényleges árbevétel nőtt 20 ezer UAH-val, viszont tervtől szintén 20 ezer hrivnyával tért el).

V_{tf}=113,4% és V_{tt}=94,87 % - azt mutatja, hogy összesen a vállalat 13,4 %-al kívánta bővíteni a következő évben a pénzügyi teljesítményét, viszont ezt a tervet csak 94,87%-ban tudta hozni (tehát közel 5 %-al elmaradt a teljesítménye a várttól).

Tervszerűség. Itt két lépésben tudjuk meghatározni a mutató értékeit. Először abszolút értékben számítjuk ki a 2022-es tényleges és tervezett árbevétel közötti eltérést (20; 5; 0; 5 ezer UAH, tehát összesen 30 ezer hrivnya).

Másodi a százalékos eltérést határozzuk meg egyenként és aggregálva.

Szarvasmarha: $$V_{tsz} = 100\% - \frac{20000UAH}{190000UAH} \cdot 100\% = 89{,}47\%$$

Látható, hogy ahol nem volt eltérés (baromfi), a mutató értéke 100%, s minél inkább eltér ez a teljesítmény (pozitív és negatív irányba) a tervtől, annál alacsonyabb százalék mutatkozik.

A vállalat a vizsgált időszakban 92,31 %-ban tudta teljesíteni a tervet.

2.1.2 Különnemű adatokból számított viszonyszámok

Ebbe a kategóriába tartozó viszonyszámokat intenzitási viszonyszámoknak nevezzük.

Definíció:

Intenzitási viszonyszámról beszélünk, amikor két különböző, de egymással logikai kapcsolatban lévő adatot viszonyítunk egymáshoz. Más megközelítésben megmutatja számunkra, hogy az egyik jelenségből átlagosan mennyi jut a másiknak egy egységére, azaz, hogy a vizsgált jelenség milyen intenzitással fordul elő valamilyen más jelenség környezetében.

Típusai:

- sűrűségmutatók, pl. orvosellátottság, népsűrűség

- arányszámok, pl. születési, halálozási
- koordinációs viszonyszámok

Az intenzitási viszonyszámokra általános képlet nem határozható meg, tulajdonképpen egy mértékegységgel ellátott törtről beszélhetünk, melynek variatív lehetőségei igen sokfélék lehetnek. Viszont tudjuk még tipizálni a viszonyszámokat a következő általános jellemzők alapján:

1. Megfordíthatóság: tehát a két adat viszonyítási helyzetét a vizsgálat céljától függően felcserélhetjük.
    a. megfordítható: pl. Beregszász város 1000 férfira jutó nők aránya (a mutató fordított értelemben is logikus eredményt ad)
    b. nem megfordítható: pl. Ukrajna egy főre jutó GDP nagysága (bár az árnyszám elképzelhető, de mégsem ésszerű a mutató tartalma).

2. Egyenes vagy fordított: ezzel azt mérjük, hogy az intenzitási viszonyszám értékének növekedési pozitív, vagy negatív jelenségre utal.
    a. Egyenes: pozitív jelenség az érték növekedése. Pl. 1 lakosra jutó orvosok száma
    b. Fordított: negatív jelenség az érték növekedése. Pl. 1 orvosra jutó lakosok száma. Ez a mutató egyszerre megfordítható és fordított formájúnak számító intenzitási viszonyszámot takar.

3. Nyers vagy tisztított: ezekben a formákban számíthatóak még ki egyes intenzitási viszonyszámok.
    a. Nyers mutatóról akkor beszélünk, ha a jelenséget vele lazább kapcsolatban álló másik jelenséghez (teljes viszonyítási alaphoz) viszonyítjuk.
    b. Tisztított mutató olyan intenzitási viszonyszámot tükröz, melyben a viszonyítási adathoz vele közvetlenebb kapcsolatban álló jelenséget (kisebb viszonyítási alaphoz) viszonyítjuk.

$V_{\text{int}} = \frac{A}{B} = \frac{A}{b} \cdot \frac{b}{B}$, ahol

b: részhalmaza B-nek, és b szorosabb kapcsolatban van az A-val,

$\frac{A}{B}$: nyers intenzitási viszonyszám,

$\frac{A}{b}$: tisztított intenzitási viszonyszám,

$\frac{b}{B}$: tiszta rész aránya.

Mintapélda:

Egy szarvasmarhatelepen 60 tehenet tartanak. A napi tejtermelés színvonala 600 liter. A vizsgált időszakban fejt tehenek száma 50 db.

Feladat: milyen mértékű az egy tehénre jutó átlagos tejtermelés nyers és tiszta mutatószáma?

Nyers: $Tejtermelés = \frac{600l}{60tehén} = 10l / tehén$

Tisztított: $Tejtermelés = \frac{600l}{50tehén} = 12l / tehén$

Tehát a tehenészeti telepen az összes állományban lévő tehénre számítva a tejtermelés színvonala 10 liter/tehén, míg a fejt tehenekre számított arány 12 liter/tehén. A tiszta rész aránya pedig 83,3 % (50/60).

A nyersből úgy tudunk tisztított mutatót számítani (amennyiben nem áll rendelkezésünkre a tiszta és nyers rész száma, csak annak aránya), hogy a nyers mutató értékét osztjuk a tiszta rész arányával:

$$Tejtermelés_{tisztított} = \frac{10l / tehén}{0,8333} = 12l / tehén$$

2.1.3 Mintafeladatok

1. mintafeladat:

1993-ban szénből 12 593 ezer tonnát, kőolajból 1 709 ezer tonnát, bauxitból 1 561 ezer tonnát, nyersacélból 1 753 ezer tonnát termeltünk.

- Számítsa ki ezen kategóriák arányait!
- Nevezze meg a kiszámított viszonyszámot!

Nyersanyagtermelés megoszlása		
Megnevezés	**Termelés (ezer tonna)**	**Megoszlás**
Szén	12 593	71,486%
Kőolaj	1 709	9,701%
Bauxit	1 561	8,861%
Nyersacél	1 753	9,951%
Összesen	**17 616**	**100%**

Megoszlási viszonyszám

2. mintafeladat:

A következő adatokat ismerjük:

Év	Koncertek száma	A koncertekenrésztvevők száma (ezer fő)
1995	199	91
1996	204	86
1997	173	74
1998	147	59
1999	116	58
2000	126	62
2001	141	78

Feladat:

Határozza meg az összes bázis és lánc alapon számított viszonyszámokat, ezzel is segítve egy újabb koncertturné megszervezését és a várható nézőszám prognosztizálását!

Év	Koncertek száma	A koncerteken résztvevők száma (ezer fő)	Bázis viszonyszám	Lánc viszonyszám
2015	199	91	100,00%	-
2016	204	86	102,51%	102,51%
2017	173	74	86,93%	84,80%
2018	147	59	73,87%	84,97%
2019	116	58	58,29%	78,91%
2020	126	62	63,32%	108,62%
2021	141	78	70,85%	111,90%

Adatok értelmezése:

- Látható, hogy a 90-es években a koncertek alakulásánál folyamatos csökkenés volt tapasztalható ’99-ig, majd az utolsó két évben az előző évekhez képest lassú növekedés (2000-ben közel 9 %-os, és 2001-ben közel 12 %-os növekedés), viszont így is jelentősen alul marad 1995-höz képest (kb. 30%-os visszaesés).
- Az adatok alapján arra lehet következtetni, hogy 2000-től trendfordulás következett be, s várhatóan az azt követő években növekvő részvételi szám irányozható elő.

3. mintafeladat:

Egy kárpátaljai vendéglátó vállalat forgalmát jellemző adatok 2017-ben.

Hónapok	Forgalom			Változás az előző hónaphoz	
	Hr	Jún=100%	Előző hó=100%	Hr	%-ban
Jún					
Júl					**-5**
Aug				**+50**	
Szept		**110**			
Okt				**+100**	
Nov					**+10**
Dec				**+300**	**+4**

Feladat: ***Számítsa ki a hiányzó adatokat!***

Megoldás:

Ennél a feladattípusnál a viszonyszámok természete és a közöttük lévő összefüggés ismerete szükséges.

Általában idősorok lánc- és bázisviszonyszámait határozzuk meg, de most fordított sorrendben. Részleges ismeretink vannak a viszonyszámok tekintetében, melyből következtetni kall a nem ismert bevételi adatokra (Forgalaom, Hr).

Mindig azt kell megvizsgálni, hogy adott sorban hol találunk legtöbb információt, amit feltudunk használni a forgalom aktuális hónapban való nagyságának kiszámítására.

Egyetlen hónapban, decemberben látható, hogy két információnk is van: novemberhez képest az árbevétel 300 hr-val nőtt, ami 4 %-os növekményt jelent. Az előző hónapi bázis értéket úgy tudjuk meghatározni, hogy a 300-at elosztjuk 0,04-el, ami 7500 hrivnyát eredményez. Így megkapjuk a két utolsó hónap forgalmi értékét (7500 és 7800 UAH).

Hónapok	**Forgalom**			**Változás az előző hónaphoz**	
	Hr	**Jún=100%**	**Előző hó=100%**	**Hr**	**%-ban**
Jún	6107,5	100	-	-	-
Júl	5802,1	95,0	95,0	-305,4	-5
Aug	5852,1	95,8	100,9	50	0,9
Szept	6718,2	110,0	114,8	866,1	14,8
Okt	6818,2	111,6	101,5	100	1,5
Nov	7500	122,8	110,0	681,8	10,0
Dec	7800	127,7	104,0	300	4,0

Tudjuk, hogy a novemberi forgalom 10 %-al nagyobb, mint az előző havi. Ebből következik, hogy októberben 6818,2 hr volt az árbevétel (7500/1,1). Októberi információ, hogy az előző hónaphoz képest ekkor 100 hr-val nagyobb árbevétel keletkezett (6818,2-100= 6718,2). Ez az érték 110 %-a júniusi bázis hónapnak, így a június árbevétel 6 107,5 hr.

Tudjuk, továbbá, hogy júliusban az árbevétel 5 %-al csökkent az előző havihoz képest, így a valós érték 5 802,1 hr (6107,5×0,95). Az augusztusi árbevétel pedig 50 hr-el növekedett, így értéke 5 852,1 UAH.

A hiányzó bázis és láncviszonyszámokat a korábbiakban bemutatottak szerint kell meghatározni és így kitölteni minden egyes táblázati rekeszt.

4. mintafeladat:

Egy vállalatról a következő információk állnak rendelkezésünkre.

Megnevezés	**Érték**
Foglalkoztatottak szám (fő)	25
Szellemi foglalkoztatottak (fő)	6
Teljesítmény (óra)	250
Bérmennyiség (UAH)	70000

Feladat:

Határozza meg:

- az egy főre jutó teljesítmény nyers és tisztított mutatószámát;
- a létszámigényesség nyers és tisztított mutatószámát,
- az átlagos bér nagyságát!

Egy főre jutó teljesítmény (nyers) = $\dfrac{teljesítmény}{foglalkoztatottak} = \dfrac{250 óra}{25 fő} = 10 óra / fő$

A nyers mutató esetében a vállalatnál dolgozó összes alkalmazottat számításba vesszük. Ehhez képest pontosabb megközelítést ad jelen esetben a tisztított mutató.

Egy főre jutó teljesítmény (tisztított) = $\dfrac{teljesítmény}{foglalkoztatottak (fizikai)} = \dfrac{250 óra}{(25-6) fő} \approx 13 óra / fő$

A létszámigényességet úgy határozzuk meg, hogy az előző mutató reciprokát számítjuk ki:

Létszámigényesség (nyers): $\dfrac{foglalkoztatottak}{teljesítmény} = \dfrac{25 fő}{250 óra} = 0,1 fő / óra$

Mivel a mutató nagysága csökkenő teljesítményre utal, ezért ezt a mutatót fordított intenzitási viszonyszámnak nevezzük.

Létszámigényesség (nyers): $\frac{foglalkoztatottak(fizikai)}{teljesítmény} = \frac{19\,fő}{250\,óra} = 0{,}076\,fő/óra$

5. mintafeladat:

Egy nőnap alkalmából megrendezett koncerten a Budapest a Sportcsarnokban 34200 néző volt. A nőnapra való tekintettel a hölgyek ingyenesen látogathatták a rendezvényt. Tudjuk továbbá, hogy a koncert szervezői 26 750 jegyet adtak el.

a. Mennyi volt a nők aránya a stadionban?
b. Mennyi az egy nőre jutó férfiak aránya a koncerten?

Megoldás:

Nézők	
Nők	7 450
Férfiak	26 750
Összesen	**34 200**

a) A nők aránya a stadionban: $\frac{7450}{34200} = 0{,}218 = 21{,}8\%$

b) Az egy nőre jutó férfiak aránya a koncerten: $\frac{26750}{7450} = 3{,}59$ fő

6. mintafeladat:

Egy vállalkozás adatait láthatjuk az alábbi táblázatban. Számítsuk ki a termelékenység változását!

Megnevezés	**2019**	**2020**
Termelés (ezer db)	900	985
Létszám (fő)	245	216

Megoldás:

Megnevezés	**2019**	**2020**	**Változás (%) Vd**
Termelés (ezer db)	900	980	980/900 = 1,0944
Létszám (fő)	245	216	216/245 = 0,8816
Termelékenység(ezer db/fő)	900/245 =3,673	980/216 =4,537	4,537/3,673=1,235 vagy 1, 0944/0,8816=1,241

A termelés változása 9,44%-os növekedést mutat, míg 2020-ben az előző évhez képest a foglalkoztatottak száma 88,16 %-ra csökkent (kb. 12 %-os leépítés).

Mivel a termelés nőtt a foglalkoztatottak száma pedig csökkent, így következtetni tudunk, hogy a termelékenység pozitív változáson ment keresztül.

Két módon tudjuk ezt kiszámolni:

a) a két év termelékenységének a hányadosával: 4,537/3,673=1,235, tehát 23,5 %-al nőtt a vállalat termelékenysége.

b) termelés és a létszám esetében számított együtthatós változók hányadosával: 1, 0944/0,8816=1,241; tehát 24,1 %-al nőtt termelékenység.

Miért tér el egymástól a két adat?

A számítás ugyan azt az eredményt adja, viszont a kerekítések miatt jelentkezik ez a kis számú eltérés.

2.2 Átlagok és középértékek

Átlagokról és középértékekről mindenki hallott már. Az egyszerűbb módszereket mindenki ismeri és gyakran alkalmazza is. Viszont nem vagyunk tisztában egyrészt a középértékek alkalmazásának a céljával és vagy nem ismerjük a számtani átlagon kívül más módszertani formulákat, vagy nem helyesen alkalmazzuk ezeket.

Ennek a fejezetnek a célja, hogy megismerjük rendszerezettben a középértékek fajtáit, értsük ezek gazdasági életben betöltött szerepét, s tudjuk megkülönböztetni a használati módszereket a középértékek alkalmazásakor.

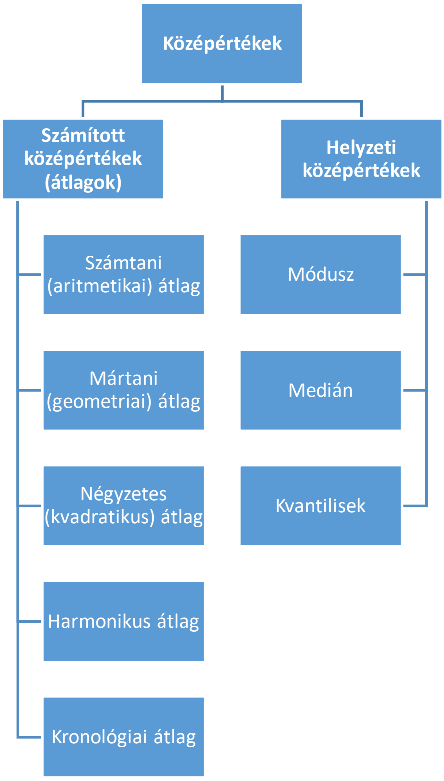
Definíció:

Azonos fajta adatok tömegének közös jellemzői a középértékek, melyek egyetlen adatba tömörítik a sokaság vizsgálat szempontjából lényeges tulajdonságait.

A középértékeket két fő kategóriára bontjuk:

- Helyzeti középértékekről beszélünk akkor, amikor az elemek értéknagyság szerinti sorából:
  a) matematikai számítás nélkül jelöljük ki,
  b) a kijelölés az adatok sorszámához vagy a gyakorisághoz kötődik.
- Számított középértekről beszélünk akkor, amikor a keresett érték:
  a) matematikai számítás eredménye,
  b) az értéksor elemeivel matematikai összefüggést alkot,
  c) az elemek értéknagyságának a centrumában van.

A középértékek rendszerét a következő ábra szemlélteti:



2.2.1 Számított középértékek

Amikor átlagról beszélünk az mindig számított középérték. Ez a formula a legtöbbet használt, s legjobb közelítési módszer. Bár sok esetben nem alkalmazható, vagy ha alkalmazzák, azt helytelenül teszik (a későbbiekben bemutatom ezeket az eseteket is).

Számtani átlag ($\overline{X}_a$) – aritmetikai átlag

Definíció:

Olyan számított középérték, amelyet az átlagolandó értékek helyébe írva, azok összege változatlan marad.

Alkalmazható: akkor, amikor az átlagolandó elemek összegének van valamilyen tárgyi értelme.

A számtani átlagnak két formulája van (mint a legtöbb átlagnak is):

- egyszerű számtani átlag: ha minden elem (x_i) csak egyszer fordul elő
- súlyozott számtani átlag: ha az adatok előfordulása (f_i) különböző.

Egyszerű számtani átlag: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$, ahol x_i a sokaság (minta) i-edik eleme,

n: a sokaság (minta elemszáma

Súlyozott számtani átlag:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \sum_{i=1}^{k} g_i \cdot x_i$$, ahol f_i a gyakoriság és g_i a relatív gyakoriság

A súlyozott számtani áltagot az abszolút értékű gyakoriságokkal, valamint a relatív gyakoriságokkal is ki tudjuk számítani.

Súlyozott számtani átlag osztályközös gyakorisági sorból:

$$\bar{x}_a = a + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \cdot d_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \cdot i, \text{ ahol}$$

a: a kiválasztott osztály közepe,

d_i: segédszámítás, amit a következőképen határozunk meg: $d_i = \frac{u_i - a}{i}$, ahol u_i az adott sor osztályközepe, „a” pedig a kiválasztott osztály közepe, „i” pedig az osztályköz terjedelme.

A számtani átlag tulajdonságai:

1. Minden egyes x_i érték helyébe az átlagot írva, az értékösszeg nem változik.
2. Az átlag mindig a legkisebb és legnagyobb érték közé esik.
3. Ha az átlagolandó értékek mindegyikéhez ugyanazt a d konstans számot hozzáadjuk, akkor az átlag is d-vel nő meg.
4. Ha az átlagolandó értékek mindegyikét ugyanazzal a konstans számmal (k) megszorozzuk, akkor az átlag is k-szorosára változik.

Mintapélda:

Egy nagykereskedelmi egység a hétvégi vásárlások értékének megoszlását vizsgálta és a következő táblázatnak megfelelőn rendezte az adatokat:

Fogyasztás (UAH)	Vásárlás (db)
-40,00	**13**
40,01-45,00	**27**
45,01-50,00	**41**
50,01-55,00	**49**
55,01-60,00	**16**
60,01-	**4**
Összesen:	150

Feladat: **Elemezze a fenti táblázat alapján a fogyasztást középértékekkel!**

Megoldás:

Mivel a vizsgált minta osztályközös gyakorisági sorba van rendezve, így az átlagot az osztályközös gyakorisági sorból számított számtani átlag formulával határozzuk meg.

Fogyasztás (UAH)	Vásárlás (db)	Segéd-számítások	
X_i	**f_i**	**d_i**	**$f_i d_i$**
-40	13	-3	-39
40,01-45,00	27	-2	-54
45,01-50,00	41	-1	-41
50,01-55,00	49	0	0
55,01-60,00	16	1	16
60,01-	4	2	8
Összesen:	**150**	**-**	**-110**

A d_i értékát a fenti képlet segítségével is kiszámíthatjuk, viszont egyenlő szélességű osztályközök esetén (mint ebben a példában is), használhatunk egy egyszerűbb módszert:

- válasszunk ki egy tetszőleges sort (lehetőleg valamelyik középső osztályközt, ahol a gyakoriság is nagy), s tegyünk ide 0-t.
- majd skálázzuk be a többi értéket egész számokkal úgy, hogy felfelé a negatív értékek, s a nullától lefelé pedig a pozitív értékek következzenek.

Ezt követően összegezzük az $f_i d_i$ szorzat eredményeit (-110). Az „a" értéke jelen példában 52,5, ugyanis a kiválasztott osztály közepe ennyinek felel meg.

$$\bar{x}_a = 52{,}5 + \frac{-110}{150} \cdot 5 = 48{,}83 \text{ UAH}$$

Mértani átlag ($\overline{X_g}$) – geometriai átlag

Definíció:

Olyan számított középérték, amelyet az átlagolandó értékek helyébe írva, azok szorzata változatlan marad.

Akkor használj, amikor idősorok elemzésénél a láncviszonyszámok alapján változás átlagos ütemét akarjuk meghatározni.

Egyszerű geometriai átlag: az adatok szorzatának (π) n-edik gyöke:

$$\bar{x}_g = \sqrt[n-1]{\prod_{i=1}^{n} x_i}$$

Súlyozott geometriai átlag: az átlagolandó értékek előfordulásainak megfelelő hatványaiból képzett szorzat súlyösszegeinek megfelelő gyöke:

$$\bar{x}_g = \sqrt[\sum f_i]{\prod_{i=1}^{k} x_i^{fi}}$$

A mértani átlagot idősorok adatainak átlagolására használjuk, amikor az időbeni változás átlagos ütemét akarjuk meghatározni.

Mintapélda:

Egy kárpátalja közepes vállalat vagyonáról készült kimutatás szerint a következő képen gyarapodott cég:

Évek	**Vagyon (UAH)**	**V_l (együtthatós)**
2018	510000	-
2019	550000	1,078
2020	720000	1,309
2021	790000	1,097
2022	810000	1,025

A táblázat tartalmaz egy számított értéket, melynek módszerét az előző fejezetben (viszonyszámok) tárgyaltuk. Meghatározzuk tehát (jelen példában együtthatós formában) az egyes évek láncviszonyszámait. Ezeket az értékeket használjuk fel a geometriai átlagnál.

$$\bar{x}_g = \sqrt[4]{1{,}078 \cdot 1{,}309 \cdot 1{,}097 \cdot 1{,}025} = 1{,}12$$

Következtetés: a vállalatnál 2018 és 2022 között évente 12 %-os vagyonnövekedés következett be.

A viszonyszámok összefüggései alapján a geometriai átlagot egy másik formulával is meg tudjuk határozni:

$\overline{X_g} = \sqrt[n-1]{\frac{x_i}{x_0}} = \sqrt[4]{\frac{810000}{510000}} = 1{,}12$, tehát az abszolút értékek utolsó adatát osztva a bázis (első) értékkel n-1-edig gyököt vonva belőle szintén megkapjuk a mértani átlag értékét.

Négyzetes átlag ($\overline{X_q}$)

Definíció:

Olyan számított középérték, amelyet az átlagolandó értékek helyébe írva, azok négyzetösszege változatlan marad.

Egyszerű négyzetes átlag: az átlagolandó adatok négyzetösszegének és az adatok számának hányadosából számított négyzetgyökök érték:

Egyszerű formula: $\bar{x}_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}$, mely az egyszerű formájú szórásnak felel meg (következő fejezetben lesz tárgyalva.

Súlyozott formula: $\bar{x}_q = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \cdot x_i^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} g_i \cdot x_i^2}{\sum_{i=1}^{k} g_i}$ (súlyozott szórás képlete).

Akkor használjuk, amikor az átlagolandó értékek között pozitív és negatív számok egyaránt vannak, de a vizsgálati cél szempontjából az előjelnek nincs jelentősége.

Hormonikus átlag ($\overline{X_h}$)

Definíció:

Olyan számított középérték, amelyet az átlagolandó értékek helyébe írva, azok reciprokösszege változatlan marad.

Alkalmazása: amikor a reciprok értékek összegének van értelme. Egyik fontos felhasználási mód az, amikor számtani átlagot kellene számolnunk, de a tényleges gyakoriságok nem, csak az értékösszegek ismertek (vagy azok arányai).
Továbbá használjuk az intenzitási viszonyszámok átlagolására is.

Egyszerű harmonikus átlag: az adatok számának (n) és értékeik reciprokösszegének a hányadosa.

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

Súlyozott harmonikus átlag: a súlyok összegének és az átlagolandó adatok reciprokjai súlyokkal képzett szorzatösszegének a hányadosa:

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\sum \frac{f_i}{x_i}}$$

<u>Mintapélda:</u>

Egy vállalat négy termelősoron dolgozik. A termelősorok az alábbi teljesítményt produkálták a vizsgált időszakban.

A sor: 0,5 óra/db

B sor: 0,35 óra/db

C sor: 0,42 óra/ db

D sor: 0,28 óra/ db

Feladat: Határozza meg az átlagos teljesítményt a teljes gyárra nézve!

$$\bar{x}_h = \frac{4}{\frac{1}{0,5}+\frac{1}{0,35}+\frac{1}{0,42}+\frac{1}{0,28}} = 0,37 \text{ óra/db.}$$

A vállalat átlagos teljesítménye egy darabot 0,37 óra alatt gyárt le, azaz 2,7 darabot gyárt le egy óra leforgása alatt.

Számított középértékek összefüggései

Bár még nem néztük át a kronologikus átlagot, viszont az előzőleg átnézett négy átlagtípus szoros összefüggésben áll egymással, valamint az értékei között sorrend állítható fel. Ennek megfelelően az alábbi összefüggés ismert ezekre az átlagokra:

$$\overline{X}_h < \overline{X}_g < \overline{X}_a < \overline{X}_q$$

2.2.2 Idősorok elemzése átlagokkal

Idősorok tekintetében megkülönböztetünk állapot- és tartamidősorokat. Az utóbbi estében egy intervallum értékét kapjuk meg adatként, míg az első esetben egy un. stock jellegű, állapotot kifejező értéket elemzünk. Ennek megfelelően két módszerrel tudjuk elemezni az idősorokat:

- tartamidősor esetén: a már ismert egyszerű számtani átlagot használjuk.
- állapot idősor esetén: ebben az esetben kell alkalmaznunk a kronologikus átlagot.

Kronologikus átlag

Definíció:

A kronologikus átlag a számtani átlag egy speciális változata, mely egy kétszeres számtani átlag forma.

Számítása: az első és utolsó adat felének, valamint a közbenső értékek összegének az értékét osztjuk az adatok egy számértékkel kisebb értékével.

$$X_k = \frac{\frac{x_1 + x_i}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} x_i}{n-1}$$

Mintapélda:

A vállalat vagyonmérlege 2021-ben a következő értéket mutatta:

Időszak	Vagyonérték (ezer UAH)
I. negyedév	450
II. negyedév	420
III. negyedév	460
IV. negyedév	470

Feladat: Mekkora az éves átlagos vagyonérték a vállalatnál?

Megoldás:

$$X_k = \frac{\frac{450+470}{2} + 420 + 460}{3}$$ =455 ezer UAH.

2.2.3 Helyzeti középértékek számítása

Az átlagok az elemek értéknagyságának cetnrumát fejezik ki, de az átlaggal azonos értékű adat gyakran nem is található a statisztikai sokaságban. A gyakorlati életben ezért nem mindig az átlag a megfelelő forma az adatok jellemzésére, hanem helyette célszerű a statisztikai sor valamely tényleges elemét választani. Alapja az adatok sorba rendezése, amely alapján tudjuk a megfelelő helyzeti középértéket (pl. medián, modusz) hasznáni.

A helyzeti középértékek meghatározása tehát kijelöléssel történik, de eltérő képen használjuk egyszerű és súlyozott formában.

Tehát a helyzeti középrtékek a következő képen csoportosíthatóak:

- Medián (M_e):
    - Egyszerű: a rangsorba rendezett adatok közül a középső elemet mediánnak nevezzük. A medián tehát az az érték, amitől az adatok fele kisebb, másik fele pedig nagyobb értéket vesz fel.

      Megkülönböztetjük a tagszámok estének függvényében:
        - Páratlan tagszám estén a középső adat
        - Páros tagszám estén a két középső adat egyszerű számtani átlaga

Mintapélda:

„A" vállalatnál 9 alkalmazott átlagkeresetét ismerjük, míg „B" vállaltnál dolgozók szám 6 fő.
Feladat: Az adatok alapján határozzuk meg a két vállalat dolgozóinak medián keresetét!

"A" vállalat		**"B" vállalat**	
Sorszám	**Bér (UAH)**	**Sorszám**	**Bér (UAH)**
1	950	1	1300
2	1100	2	1700
3	1100	3	1750
4	1250	4	1900
5	1500	5	2500
6	1600	6	4300
7	1750		
8	1800		
9	2500		

Megoldás:

Az adatokat első körben sorba rendeztük. Az „A" vállalatnál a középső érték (1+9)/2=5, azaz 1500 UAH. Ettől a bértől a dolgozók egyik fele többet, másik fele pedig kevesebbet keres.

A „B" vállalatnál kicsit másként kell meghatározni, mivel nincs középső sor, s így érték. Ilyenkor a két középső értéket vesszük (1750 és 1900), s ennek az egyszerű számtani átlagát határozzuk meg: $M_e = \frac{1750+1900}{2}$= 1825 UAH. Az értékelése megegyezik az előzőjével.

- Osztály közös (egyenlő szélességű) gyakorisági sorból medián számítása:
  - Meghatározzuk a medián sorszámát: $Sm_e = \frac{n}{2}$
  - Megkeressük azt az osztályközt, amelyben az n/2 sorszámú adat található. Ezt nevezzük mediánt tartalmazó osztálynak (r-edik).
  - Az osztályköz alsó értékéhez (X_{r0}) hozzáadjuk az osztályköz arányos terjedelmét, amely a sorszám és a mediánt megelőző osztály kumulált gyakoriságának a különbsége, osztva a mediánt tartalmazó osztály gyakoriságával (f_r), s szorozva az osztály szélességgel (i).

$$M_e = x_{r0} + \frac{S_{Me} - \sum f'_{i-1}}{f_r} \cdot i$$

Mintapélda: (folytatva a számtani átlagnál elkezdett példát)

Egy nagykereskedelmi egység a hétvégi vásárlások értékének megoszlását vizsgálta és a következő táblázatnak megfelelőn rendezte az adatokat:

Fogyasztás (UAH)	Vásárlás (db)
-40,00	**13**
40,01-45,00	**27**
45,01-50,00	**41**
50,01-55,00	**49**
55,01-60,00	**16**
60,01-	**4**
Összesen:	150

Feladat: **Határozza meg a fogyasztás mediánját!**

Megoldás:

A táblázatban meg kell határoznunk a kumulált gyakorisági értékeket.

Fogyasztás (UAH)	Vásárlás (db), f_i	f_i'
-40	13	13
40,01-45,00	27	40
45,01-50,00	41	81
50,01-55,00	49	130
55,01-60,00	16	146
60,01-	4	150
Összesen:	**150**	**-**

Kijelöljük a medián sorszámát: $Sm_e = \frac{150}{2}$=75, majd megkeressük azt a kumulált gyakorisági értéket (f_i'), amelynek az értéke éppen meghaladja a medián sorszámát. Ez a 81, s így a 45 és 50 közé eső fogyasztás sorát válasszuk ki. Az x_{r0} érték a kiválasztott sor alsó határát jelzi.

Majd behelyettesítjük az adatokat: $M_e = 45 + \frac{75-40}{41} \cdot 5$=49,27 UAH.

Következtetés: A fogyasztók egyik fele 49,27 hrivnya alatti értékekben vásárolt, míg másik fel ettől többet költött vásárlásai alkalmával.

- Modusz (M_0): a leggyakrabban előforduló elemet jelenti.
    - Egyszerű: egy diszkrét statisztikai sor leggyakrabban előforduló egysége

<u>Mintapélda:</u>

A főiskolán a lányok hajszínének a vizsgálata során az alábbi értékeket kaptuk:

Hajszín	Gyakoriság

	(fő)
Fekete	45
Barna	350
Szőke	34
Egyéb	6

Megoldás: A hajszín módusza a barna sorban 350 fő.

- Osztályközös gyakorisági sorból:
  - A leggyakoribb osztályt modális osztálynak nevezzük (r-edik).
  - A modális osztályon belül keressük a konkrét módusz értéket.
  - Számítása: az osztályköz alsó értékéhez hozzáadjuk az arányos terjedelmet.

$$M_o = x_{r0} + \frac{f_r - f_{r-1}}{(f_r - f_{r-1}) + (f_r - f_{r+1})} \cdot i$$

Mintapélda:

Folytatva a mediánnál használt osztályközös gyakorisági sort, most meghatározzuk a fogyasztás móduszát:

A modális sor az 50 és 55 hrivnya közé eső fogyasztás (49 fő). Ezt a sort válasszuk ki.

Számítás: $M_o = 50 + \frac{49-41}{(49-41)+(49-16)} \cdot 5 \approx 51$ UAH.

Tehát a leggyakrabban vásárolt érték 51 UAH.

- Kvartilisek (Q_1 és Q_3): negyedelő értékek
  - Alsó kvartilis (Q_1): sorszáma $S_{Q_e} = \frac{n}{4}$

$$Q_1 = x_{r0} + \frac{S_{Q1} - \sum f'_{i-1}}{f_r} \cdot i$$

  - Középső (Q_2): egyenlő a mediánnal, sorszáma $Sm_e = \frac{n}{2}$
  - Felső kvartilis (Q_3): sorszáma $S_{Q_e} = \frac{3n}{4}$

$$Q_3 = x_{r0} + \frac{S_{Q3} - \sum f'_{i-1}}{f_r} \cdot i$$

Mintapélda:

Folytatjuk a megkezdett feladatot a fogyasztási gyakoriságról.

- Alsó kvartilis számítása: S_{Q1}=150/4=37,5 – az alsó kvartilis sorszáma.
  37,5-es értéktől a táblázatban 40-es kumulált érték a nagyobb, így kiválasztjuk a 40-45 közé eső osztályközt.

$$Q_1 = 40 + \frac{37{,}5 - 13}{41} \cdot 5 = 44{,}5 \text{ UAH.}$$

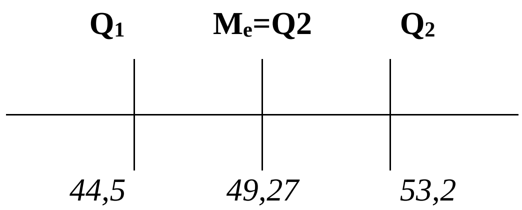
Az érték azt jelenti, hogy a vásárolók ¼-e kevesebbet költött, mint 44,5 UAH és ¾-e pedig többet.

- Felső kvartilis számítása: S_{Q3}=3×150/4=112,5 – a felső kvartilis sorszáma

112,5-es értéktől a táblázatban épp nagyobb 130-as kumulált érték (f'), amely kijelöli számunkra az 50 és 55 közé eső fogyasztási osztályt.

$$Q_3 = 50 + \frac{112{,}5 - 81}{49} \cdot 5 = 53{,}2 \text{ UAH.}$$

Az érték azt jelenti, hogy a vásárolók ¼-e kevesebbet költ, mint 53,2 UAH és ¾-e pedig többet.



2.2.4 Mintafeladatok

1. mintafeladat:

Egy bank vidéki fiókjában azt vizsgálták, hogy a lakossági betétesek egy naptári évben hányszor fordultak meg a betétjükkel kapcsolatos ügyben az adott vidéki fiókban. Ezt a következő táblázat foglalja össze:

Előfordulások száma	Betétesek száma (fő)
-5	**8**
5-10	**26**
10-15	**50**
15-20	**256**
20-25	**147**
25-30	**56**
30-35	**45**
35-	**12**
Összesen:	600

Feladat: Elemezze a fenti táblázat alapján a betéttulajdonosok magatartását középértékekkel!

Megoldás:

Az adatok osztályközös gyakorisági sorban áll rendelkezésünkre. Ezt figyelembe véve kell megválasztanunk az értékelési módszertant. Mivel a feladat általánosan fogalmaz, ezért minden lehetséges középérték formát, ami értelmezhető erre az adatsorra, meg kell, hogy határozzuk.

Ki kell számolni: az átlagot (X_a), mediánt (M_e) és a moduszt (M_o).

Segédtábla:

Előfordulások száma	**Betétesek száma (fő)**	**Segédszámítások**		
Xi	**fi**	**di**	**fidi**	**fi'**
-5	8	-3	-24	8
5-10	26	-2	-52	34
10-15	50	-1	-50	84
15-20	256	0	0	340
20-25	147	1	147	487
25-30	56	2	112	543
30-35	45	3	135	588
35-	12	4	48	600
Összesen:	**600**	**-**	**316**	**-**

Számtani átlag osztályközös gyakorisági sorból:

$\bar{x}_a = 17{,}5 + \frac{316}{600} \cdot 5 =$ 20,13 – átlagosan az ügyfelek évente 20-szor fordultak meg a vizsgált bankfiókban.

Medián számítása:

A medián sorszáma: S_{Me}=600/2=300

A kiválasztott sor meghatározása: fi'=340> S_{Me} 300, tehát a 15-20-as érték közé eső sor.

$M_e = 15 + \frac{300-84}{256} \cdot 5$ =19,22 – az ügyfelek egyik fele ettől az értéktől ritkábban járt a bankfiókba, másik fele pedig gyakrabban.

Módusz számítása:

Első körben kiválasztjuk a modális osztályközt: mivel a leggyakrabban a betétesek 15 és 20 közötti alkalommal látogatták a bankfiókot (256-szor), ezért ezt a sort választjuk ki.

Ezután meghatározzuk a konkrét módusz értéket:

$M_o = 15 + \frac{256-50}{(256-50)+(256-147)} \cdot 5 \approx 19$ – a leggyakrabban 19-szer látogatták az ügyfelek a bankfiókot.

Kvartilisek számítása:

Alsó kvartilis sorszámának a meghatározása: S_{Q1}=600/4=150, s a sor szintén a 15-20 közé eső osztályköz (340>150).

$Q_1 = 15 + \frac{150-84}{256} \cdot 5$ =16,3 – az ügyfelek ¼-e 16,3-tól ritkábban jár a bankfiókba és ¾-e ettől gyakrabban fordul meg a szolgáltatónál.

Felső kvartilis sorszámának a meghatározása: S_{Q3}=3×600/4=150=450, s a sor a 20-25 közé eső tartomány (487>450).

$Q_3 = 20 + \frac{450-340}{147} \cdot 5$=23,7 – az ügyfelek ¼-e ettől az értéktől gyakrabban jár a fiókba, míg ¾-e ritkábban.

2. mintafeladat:

A következő számsor esetében számítsa ki a számított és helyzeti középértékeket!

7; 10; 11; 4; 9; 20;15; 16; 26; 25;

Megoldás:

Az alábbi táblázat alapján kaptuk a képletekbe behelyettesített értékeket:

Sorszám	X_i	$(x_i\text{-}x_a)^2$	$1/x_i$
1	4	106,09	0,25
2	7	53,29	0,14
3	9	28,09	0,11
4	10	18,49	0,10
5	11	10,89	0,09
6	15	0,49	0,07
7	16	2,89	0,06
8	20	32,49	0,05
9	25	114,49	0,04
10	26	136,89	0,04
Összesen:	**143**	**504,1**	**0,952506**

Számított középértékek

Számtani átlag: $\overline{X_a} = \frac{143}{10} = 14{,}3$

Mértani átlag: $\overline{X_g} = \sqrt[10]{7 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 20 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 26 \cdot 25}$ =12,4

Négyzetes átlag: $\overline{X_q} = \sqrt{\frac{504{,}1}{10}} = 7{,}1$

Harmonikus átlag: $\overline{X_h} = \frac{10}{1/7 + 1/10 + 1/11 + 1/4 + 1/9 + 1/20 + 1/15 + 1/16 + 1/26 + 1/25} = 10{,}5$

Kronologikus átlag: $\overline{X_k} = \frac{\frac{7+25}{2} + 10 + 11 + 4 + 9 + 20 + 15 + 16 + 26}{10-1} = 14{,}11$

Helyzeti középértékek:

A fenti segédtáblázatba az eredeti sorrend nagyságrendi sorrá lett átalakítva. A helyzeti középértékeket ennek megfelelően tudjuk meghatározni.

Medián: $M_e = \frac{11+15}{2} = 13$, a két középső érték átlaga (5. és 6. sor)

Módusz: mivel minden számértékből egy darab van, így nem értelmezhető módusz.

Kvartilisek:

- Alsó kvartilis: $Q_1=9$, mivel 10 számból az első 5 középső értéke a 3. sor, ahol a 9-es szám található.
- Felső kvartilis: $Q_3=20$, mivel 10 számból a második 5 középső értéke a 8. sor, ahol a 20-as szám található.

3. mintafeladat:

Az átlagolandó értékek és a hozzájuk tartozó súlyok:

(x_i) adatok: 3, 4, 5, 8, 11, 8, 5

(f_i) súlyok: 4, 4, 1, 1, 3, 5, 6

Számítsa ki a súlyozott számtani, harmonikus, a mértani és a négyzetes átlagot!

Megoldás:

Az alábbi segédtáblában elvégzett számítások segítségével, behelyettesítve a megfelelő képletbe, lehet kiszámítani a kért átlagformákat:

x_i	f_i	$f_i \times x_i$	$f_i(1/x_i)$	$f_i(x_i-x_a)^2$
3	4	12	1,33	36
4	4	16	1,00	16
5	1	5	0,20	1
8	1	8	0,13	4
11	3	33	0,27	75
8	5	40	0,63	20
5	6	30	1,20	6
Összesen:	**24**	**144**	**4,76**	**158,00**

Számtani átlag: $\overline{X_a} = \frac{144}{24} = 6$

Harmonikus átlag:

$$\overline{X_h} = \frac{24}{4\times(1/3)+4\times(1/4)+1/5+1/8+3\times(1/11)+5\times(1/8)+6\times(1/5)} = \frac{24}{4{,}76} = 5{,}046$$

Mértani átlag: $\overline{X_g} = \sqrt[24]{3^4 \cdot 4^4 5^1 \cdot 8^1 \cdot 11^3 \cdot 8^5 \cdot 5^6 \cdot}$ =5,491

Négyzetes átlag: $\overline{X_q} = \sqrt{\frac{158}{24}} = 6{,}526$

4. mintafeladat:

Egy nemzetközi cég kárpátaljai nagykereskedelmi raktárában a 2022 első félévében a következő értékben készletértéket mutattak ki:

Időpont	**Készletérték (ezer UAH)**
január 1.	200
február 1.	220
március 1.	270
április 1.	260
május 1.	300
június 1.	230
június 1.	240

Feladat: Számítsa ki a raktár 2022-es évének I. és II. negyedévi, valamint félévi átlagkészletét!

Megoldás:

Mivel a készlet mindig adott állapotot tükröz, ezért időben való alakulásának átlagos értékét kronologikus átlaggal tudjuk legjobb leírni.

Fontos megfigyelni, hogy bár egy félév 6 hónapból áll, de itt mégis 7 adattal dolgozunk. Miért? Az adott hónap (pl. január) készletértékét az előző hó (2021. december) zárókészletével (ami egyben január 1-én a nyitókészlet), valamint a január végi zárókészletével (február 1-i nyitó készlet) tudjuk értelmezni. Az átlag számításakor, tulajdonképpen, folyamatosan az adott hónapok nyitó és záró készleteit átlagoljuk, majd ezeknek az átlagoknak az értékéből kiszámítunk egy újabb középértéket. Ezeket a műveleteket tudjuk egy lépésben a következő képlettel megvalósítani:

a) I. negyedév: január, február, március és ehhez kell az áprilisi nyitó készlet értéke (tehát összesen 4 érték):

$$\overline{X_k} = \frac{\frac{200+260}{2}+220+270}{4-1} = 240 \text{ ezer UAH az első negyedév átlagkészlete.}$$

b) II. negyedév: április, május, június és a júliusi nyitókészlet értékei:

c) $$\overline{X_k} = \frac{\frac{260+240}{2}+300+230}{4-1} = 260 \text{ ezer UAH a második negyedév átlagkészlete.}$$

d) az I. félév: január-június között és a júliusi nyitókészlet értékei:

$$\overline{X_k} = \frac{\frac{200+240}{2}+220+270+260+300+230}{7-1} = 250 \text{ ezer UAH az I. félév átlagkészlete.}$$

5. mintafeladat:

Egy vállalkozás 2022-es nyeresége 150 %-a volt a 2004. évi nyereségnek.

Feladat: Állapítsa meg az évenkénti átlagos árbevétel növekedési ütemét!

A viszonyszámok összefüggés alapján tudjuk, hogy az évenkénti növekedés leírható az utolsó és első év hányadosaként. Ezzel a mértani átlag képletformával meghatározható a 8 év átlagában számolt ütemességet.

$\overline{X_g} = \sqrt[8]{\frac{x_{2012}}{x_{2005}}} = \sqrt[8]{1{,}5} = 1{,}052$, azaz 5,2 %-al növekedett évente átlagosan a vállalat nyeresége.

2.3 Szóródás mérőszámai

A szóródás, vagy más néven változékonyság alatt a statisztikai adatok, s az adatsűrítés során fellépő eltérések milyenségére utal.

Ezek a mutatók szoros összefüggésben állnak a középértékekkel. Tulajdonképpen a középértékek által okozott „hibák” korrigálására szolgálnak. Mit is értünk ez alatt?

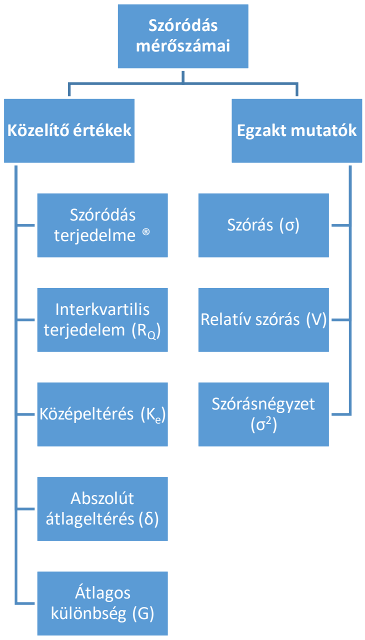
Az előző fejezetben bemutatott átlagok esetében szó esett ennek a módszernek a fontosságáról. Ott leírtam, hogy a középérték számításra azért van szükség, hogy a nagytömegű adatokat adatsűrítés segítségével közérthetőbb, megfoghatóbb formába helyezzük át. Igen ám, viszont minden egyes adatsűrítés értékvesztést is eredményezhet.

Ha egy elvont, de érzékletes példával szeretném szemléltetni, akkor a béna vadász esetét tudnám felhozni. A vadásznak van két lövési lehetősége, amikor meglátja a bokorból előugró nyulat. Mivel nem egy mesterlövészről van szó, így az első golyó 5 cm-re a nyúl előtt fúródik a talajba, míg második golyó épp 5 cm-rel mögötte. Átlagosan: telitalálat!

Hogy a valósághoz közelebb álló példát hozzak, nézzük meg Péter és Pál múlt félévi vizsga eredményeit. Péternek statisztikából 5-e lett, míg filozófia vizsgán megbukott (2-es). A két tárgy átlagában Péter félévi jegye 3,5. Pálnak statisztikából 3-a lett, míg filozófiából 4-e. Félévi átlaga 3,5. Nincs eltérés a két hallgató félévi átlaga között, mégis Pál folytathatja tanulmányait, míg Péternek meg kell ismételnie a filozófia tárgyat.

Tehát ezekből a példákból jól látható, hogy az átlagolás bár fontos és szükséges módszer, de nem mindig nyújt pontos megközelítést a valóságról. Ezért alkalmazzuk a szóródás mérőszámait is.

Bár több mutatóról van szó, de a gyakorlatban a legtöbbször a szórásról (σ) hallhatunk. A szóródás mérőszámai a következők:



2.3.1 Közelítő értékek

Sajátossága ezeknek a mutatóknak, s az így kapott értékeknek, hogy kiegészítő információt nyújtanak az adatok változékonyságáról, de nem mutatnak matematikailag teljesen pontos, egzakt értékeket. Ezek az egyszerű mutatók gyors elemzési lehetőséget biztosít amikor változékonyságra vagyunk kíváncsiak.

Szóródás terjedelme (R)

Definíció: az előforduló elemek közül a legnagyobb és legkisebb különbsége.

$$R = x_{max} - x_{min}$$

A mutatószám kifejezi, hogy mekkora értékközben mozognak az ismérvértékek. Osztályközös gyakorisági sorban nem használható, mert nyitott szélső osztályközök esetén nincs megadva a szélső határérték.

Mintapélda: a főiskolán vizsgát teljesítő hallgatók átlagos pontszáma az ETCS rendszerben 72,5 volt egy adott félévben. A szóródás terjedelme 35 és 100 pont között mozog, tehát ennek értéke: R= 65 pont.

Interkvartilis terjedelem (R_Q):

Definíció: a kvartilis értékek közötti távolság, ami a rangsorba rendezett elemek középső 50 %-nak elhelyezkedését mutatja.

Mintapélda: Az egyik régióban egy üzlettulajdonos 9 élelmiszeres üzletet üzemeltet. Az elmúlt havi forgalma a következő (nagyságsorba helyezve, ezer UAH):

1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	13,4	15,1	16	21,5	22	22,5	23,9	25

Feladat: határozza meg a 9 üzlet átlagos árbevételét, s az interkvartilis terjedelmét!

$\overline{X_a} = \frac{168{,}4}{9} = 18{,}71$ ezer UAH.

Az interkvartilis terjedelmet meghatározásához először az alsó és felső kvartilisokat kell kijelölni.

Q_1=15,1 (3. érték) – a 9 érték közepe (mediánja) az 5. érték (21,5), ennek megint megnézzük a középső értékét (3.), s megkapjuk az alsó kvartilis értékét (15,1 ezer UAH). Ettől a forgalmi értéktől az üzletek ¾-e nagyobb bevételt produkált az adott hónapban.

Q_2=22,5 (7. érték) – a második fele a sokaságnak, s annak a középső értéke. Tehát 22,5 ezer UAH-tól az üzletek ¼-e forgalmazott többet.

Ezek után nem marad más, mint az interkvartilis terjedelem meghatározása.

R_Q=22,5-15,1=7,4 ezer UAH az üzleteknél a szóródás terjedelme, ami a 18,71 ezer hrivenyes átlag körül mozog.

Az interkvartilis terjedelem osztályközös gyakorisági sorból is számítható.

Középeltérés (K_e)

Definíció: a mediántól való eltérés abszolút értékeinek a számtani átlaga.

$$K_e = \frac{\sum |x_i - M_e|}{n}$$

Abszolút átlageltérés (δ)

Definíció: az egyedi értékeknek a számtani átlagtól mért átlagos abszolút eltérését mutatja.

egyszerű forma - $\delta = \frac{\sum |x_i - \overline{x_a}|}{n}$; súlyozott forma - $\delta = \frac{\sum f_i |x_i - \overline{x_a}|}{\sum f_i}$

Átlagos különbség (G)

Definíció: a változékonyságot a statisztikai adatok egymástól való abszolút eltérései alapján jelzi.

egyszerű forma - $G = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} |x_i - x_j|}{n^2}$, súlyozott - $G = \frac{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} f_i \cdot f_j |x_i - x_j|}{n^2}$

Mintapélda:

5 kisvállalkozásnál dolgozók létszáma: 2; 5; 7; 9; 10.

Feladat: Számítsa ki a középértékét és a változékonyságát az alábbi közelítő értékekkel: K_e; δ; G!

Középeltérés:

Meghatározzuk a medián értékét: a sorrendbe állított adatsor középső értéke – 7 fő.

A mutató meghatározásánál rendre kivonjuk az adatokból a medián értékét, aminek az abszolút különbségeit összegezzük. A különbségekből átlagot vonunk, s így megkapjuk a szóródási mutató értékét.

$$K_e = \frac{12}{5}$$ =2,4 fő a középeltérés értéke.

Abszolút átlageltérés:

A mutató számítása és értékelése nagyon hasonló a középeltéréshez. Viszont itt nem a mediánhoz (tehát egy helyzeti középértékhez), hanem a számtani átlaghoz viszonyítjuk az adatok.

A sokaság átlaga x_a=6,6 fő. A segédtáblázat segítségével meghatározzuk az eltérések összegét, majd elosztjuk 5-el.

x_i	$\|x_i-M_e\|$	$\|x_i-x_a\|$
2	5	4,6
5	2	1,6
7	0	0,4
9	2	2,4
10	3	3,4
Összesen	**12**	**12,4**

$$\delta = \frac{12{,}4}{5}$$ =2,48 fő az abszolút átlageltérés értéke.

Átlagos különbség:

Az alábbi segédtábla segítségével határozzuk meg az egyes adatok a többi adathoz képest való eltéréseinek az összegét.

G	2	5	7	9	10	Összesen
2	-	3	5	7	8	**23**
5		-	2	4	5	**11**
7			-	2	3	**5**
9				-	1	**1**
10					-	**0**
						40

A különbségképzést elég egyszer elvégezni, s természetesen az átlót kihúzzuk, mert az adatokat önmagukhoz képest nem mutathatnak különbséget.

Az értékeket vízszintesen és függőlegesen összegezzük. Az aggregált értéketek elosztjuk adatok számának a négyzetével (n^2).

$$G = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \left| x_i - x_j \right|}{n^2} = \frac{40}{25}$$ =1,6 fő a vállalkozások alkalmazottainak átlagos különbsége.

2.3.2 Egzakt mutatók

A valóságot sokkal jobban közelítő változékonyságot kifejező szóródási mutatók tartoznak ebbe a kategóriába. A legtöbbet és leggyakrabban használt szórás mutató és az ebből képzett relatív szórás és a szórás négyzet.

Szórás (σ)

Definíció: az egyedi értékek átlagtól való eltéréseinek négyzetes átlaga, vagy az átlagtól mért átlagos négyzetes különbség.

Egyszerű forma: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2}{n}}$

Súlyozott forma: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i}}$

Relatív súlyokkal számolva: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} g_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} g_i}}$

Osztályközös gyakorisági sorból számítva: $\sigma = i \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i d_i^{\,2}}{\sum_{i=1}^{k} f_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i d_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} \right)^2}$

Belső szórásnégyzet: $\sigma_B^{\,2} = \frac{\sum_j \sum_i (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n} = \frac{\sum_j n_j \cdot \sigma_j^{\,2}}{\sum_j n_j}$

Külső szórásnégyzet: $\sigma_K^{\,2} = \frac{\sum_j n_j \cdot (\bar{x}_j - \bar{x})^2}{\sum_j n_j}$

A külső, a belső és a teljes szórásnégyzet összefüggése: $\sigma^2 = \sigma^2{}_B + \sigma^2{}_K$

Relatív szórás (V): a számtani átlaghoz viszonyított olyan százalékos érték, amely kifejezi, hogy az egyeid értékek átlagosan hány százalékkal térnek el az átlagos értéktől.

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Értéke 0 és 1 közötti pozitív szám, amely értelemszerűen átalakítva 0 és 100 % közötti értéket vehet fel.

A többi szóródási mutatóval szemben a relatív szórás következő előnyökkel rendelkezik:

- elvonatkoztat a mértékegységektől,
- elvonatkoztat a nagyságrendi viszonyoktól,
- segítségével megállapítható az átlag "jósága", tehát az hogy az átlag mennyire tipikus, mennyire áll közel az átlagolandó adatsorhoz.

A mértékegységtől azért „szabadulunk meg”, mert a **szórás is és az átlag is felveszi az eredeti adatsor mértékegységét**. Így, ha a két mutatót osztjuk egymással, a dimenzióval egyszerűsíthetünk.

A **nagyságrend** szintén nem számít, mert a szórást az átlaghoz viszonyítjuk, így egy százalékos skálán mérhetjük a szóródást.

Végül ez alapján **„tesztelhető”** az átlag az alábbi határértékek figyelembevételével.

Ugyanis ha a relatív szórás értéke:

- **10% alatti,** akkor az adatsor **állandó** (homogén), tehát az adatok egymáshoz és a belőlük kiszámított átlaghoz közel állnak,
- ha **10% - 20%** közötti, akkor **közepesen változékony**,
- ha **20% - 30%,** akkor erősen **változékony**,
- ha **30%** feletti, akkor **szélsőséges változékonyságú** adatsorról beszélünk, ahol az átlag már nem jellemzi jól az adatsort.

Mintapélda: *egyszerű és súlyozott szórás*

Tételezzük fel, hogy az egy gazdasági képzésben résztvevő hallgatók előző félévi mikroökonómia jegyeit vizsgálva két megállapításra jutottunk:

1. Az 5 legjobb félévi eredménnyel rendelkező hallgató mikroökonómia jegyei (pontrendszerben): 95, 87; 88; 85; 73 pont.
2. A teljes évfolyam mikroökonómia jegyei a következő képen alakultak (jegyrendszer): 5-ös 4 fő, 4-es 9 fő, 3-as 10 fő, 2-es 4 fő.

Feladat:

a) Milyen az 5 legjobb tanuló átlageredménye és szórása?

b) Milyen a teljes évfolyam átlaga mikroökonómiából?

c) Határozza meg mindkét esetben a relatív szórást és szórásnégyzetet

Az első feladatpontot egyszerű szórással, a másodikat pedig súlyozottal kell számolni. Nézzük meg a számításoknál használt Excel-es segédtáblánkat.

Hallgató	Pontszám	$(x_i-x_a)^2$	Jegyek	Gyakoriság	f_ix_i	$f_i(x_i-x_a)^2$
1	95	88,36	2	4	8	8,78
2	87	1,96	3	10	30	2,32
3	88	5,76	4	9	36	2,42
4	85	0,36	5	4	20	9,22
5	73	158,76	-	-	-	-
Összesen:	**428**	**255,2**	**-**	**27**	**94**	**22,74**

A segédtábla első három oldala szolgáltatja az adatok táblába rendezését (1-2 oszlop) és a segédszámításokat (3.) szemlélteti.

a) Egyszerű szórás: Az első feladat a számtani átlag meghatározása (428/5=85,6 pont). A képletbe behelyettesítve a következő képen kapjuk meg az eredményt:

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{255{,}2}{5}}$ =7,14, tehát az 5 legjobb tanuló mikroökonómiából 85,6 pontot ért el átlagosan, melytől az átlagos négyszetes eltérés (szórás) értéke 7,14 pont.

c) Relatív szórás: $V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{7{,}14}{85{,}6} \cdot 100\%$ =8,35 %, tehát a tanulók eredménye állandó, homogén sokaságnak tekinthető, vagyis az adatok egymáshoz és az átlaghoz közel állnak. Szórásnégyzet: más néven a determinációs együttható. A statisztika sok területén felhasználjuk ennek a mutatónak az eredményét (lényege a regresszió- és variancia-analízis témaköreinél, a statisztika II. jegyzetben találja meg).

$$\sigma^2=7{,}14^2=51{,}04$$

b) Súlyozott szórás: Itt is először a számtani átlagot (súlyozott) kell meghatározni először. Értéke: 94/27=3,48.

Szórás: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i}} = \sqrt{\frac{22{,}74}{27}}$ = 0,918, tehát az évfolyamon lévő 27 tanuló átlagosan 3,48 jegyátlagot teljesített mikroökonómiából, melytől a tanulók átlagosan 0,92-

al tértek el (szórás).

Relatív szórás: $V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{0{,}918}{3{,}48} \cdot 100\%$=26,4 %, ami erős változékonyságot mutat a csoport jegyeinek szóródásában.

Szórásnégyzet: σ^2=0,918^2=0,842

Mintapélda: külső és belső szórás összefüggései

Ennek a szórástípusnak az alkalmazása a Satatisztika II. tárgykörébe, az összefüggés-vizsgálatok témaköréhez tartozik. Ezért, jelen fejezetben csak azért teszek említést, mivel ezek a számítások szorosan hozzátartoznak a szórás ismeretéhez.

Az összefüggések elemzésénél az un. vegyes kapcsolat (minőségi és mennyiségi ismérvek közötti) feltárására alkalmazzuk.

A szórás számítását itt is megelőzi a középérték meghatározása. Mivel ilyenkor átlagok jelentik a statisztikai adatot, ezért ebben az esetben főátlagot kell számolnunk.

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_j \cdot \overline{x_j}}{\sum_{i=1}^{k} f_j} = \frac{5 \cdot 5500 + 10 \cdot 3500 + 45 \cdot 2600 + 15 \cdot 1500}{75}$$ =2693,3 UAH.

Tehát a vállalkozásban dolgozók átlagos fizetése 26,93,3 UAH.

A szóródás számítására a következő lehetőségek adódnak:

- az egyes értékek eltérése az együttes (fő) átlagtól: $x - \bar{\bar{x}}$
- az egyes értékek eltérése saját csoportjuk átlagától (részátlagtól): $x - \bar{x}$
- az egyes csoportok átlagainak (részátlagainak) az eltérése az együttes átlagtól (főátlagtól): $\bar{x} - \bar{\bar{x}}$

Az együttes szórásnégyzet felbontható a belső és a külső szórásnégyzetek összegére.

$$\sigma^2 = \sigma_B^2 + \sigma_K^2$$

Belső szórásnégyzet:

$$\sigma_B{}^2 = \frac{\sum_j \sum_i (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n} = \frac{\sum_j n_j \cdot \sigma_j{}^2}{\sum_j n_j} = \frac{5 \cdot 600^2 + 10 \cdot 120^2 + 45 \cdot 350^2 + 15 \cdot 55^2}{75}$$ =100 025 UAH

Belső szórás: σ_B=316,3

Külső szórásnégyzet:

$$\sigma_K{}^2 = \frac{\sum_j n_j \cdot (\bar{x}_j - \bar{x})^2}{\sum_j n_j} = \frac{5\cdot(5500-2693)^2 + 10\cdot(3500-2693)^2 + 45\cdot(2600-2693)^2 + 15\cdot(1500-2693)^2}{75}$$

=901 955,6

Külső szórás: σ_K =949,7

σ^2 =100 025+901 955,6=1 001 981 UAH, σ =1001

A vegyes kapcsolat szorosságát ezekből az értékekből könnyedén meg tudjuk határozni:

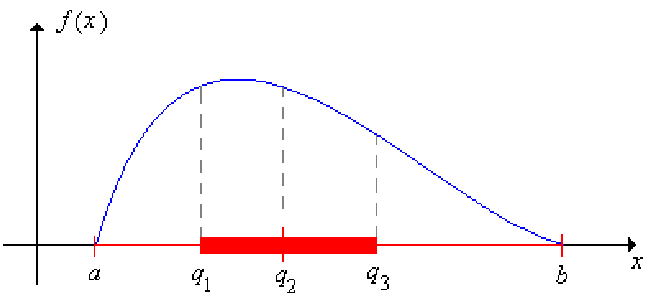
$H^2 = \frac{\sigma_K{}^2}{\sigma} = \frac{901955{,}6}{1001981}$ =0,9, tehát 90 %-ban meghatározza a vállalatnál dolgozók fizetését a beosztásuk.

2.3.3 Aszimmetriai viszonyok mérése

A gyakorisági sorok igen sok féle képen alakulhatnak, s ezeket ábrázolva egész változatos görbe sorozat tárulhat elénk. Viszont ennek ellenére nagy többségük bizonyos szabályszerűségeket követ, s így besorolhatóak jellegzetes típusokba.

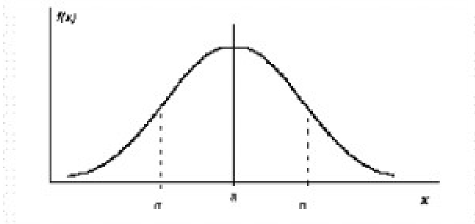
Az eloszlás lehet:

1. **Egymóduszú (unimodális) eloszlás**

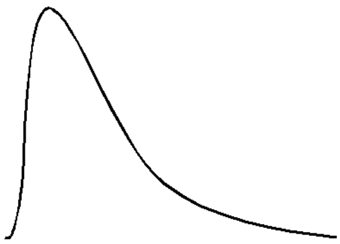


Ez az eloszlás lehet:

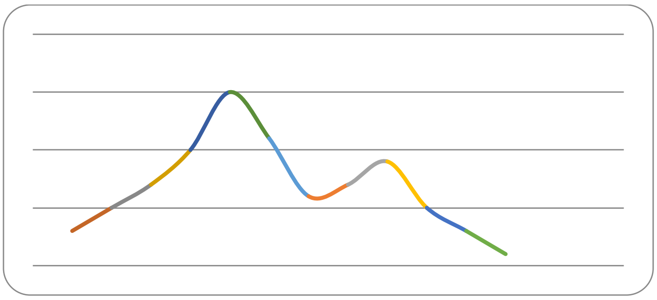
- *szimmetrikus:* $\bar{x} = Me = Mo$



- *aszimmetrikus:* $\bar{x} \neq Me \neq Mo$



2. **Többmóduszú (bi- illetve polimodális) eloszlás**



Az aszimmetria mérőszámai:

1. ***Pearson-féle mutató:*** $A = \dfrac{\bar{x} - Mo}{\sigma}$

   a. Ha $\bar{x} - Mo$=0, akkor az eloszlás szimmetrikus

   b. Ha $\bar{x} - Mo$>0, akkor az eloszlás baloldali

   c. Ha $\bar{x} - Mo$<0, akkor az eloszlás jobboldali

   Mivel a szórás befolyásolja az eloszlás nagyságát, ezért ettől függetleníteni kell.

   Amennyiben a mutató értéke:

   - kisebb, mint 0,1 – igen gyenge aszimmetria
   - 0,1-0,3 között – közepesen gyenge aszimmetria
   - 0,3-0,5 között – közepes erősségű
   - 0,5-0,9 között – erős
   - 0,9-1 között – igen erős

   Fontos a mutató előjelének az értékelése, amennyiben:

   - negatív az érétke: az eloszlás jobboldali,
   - pozitív az értéke: az eloszlás baloldali.

2. ***Bowley-féle mutató (F):*** $F = \dfrac{(Q_3 - Me) - (Me - Q_1)}{(Q_3 - Me) + (Me - Q_1)}$

3. ***Yule-Pearson féle mutató (A_y):*** $A_y = \dfrac{3(\bar{x} - Me)}{\sigma}$

Mintafeladat:

Egy nagykereskedelmi egység a hétvégi vásárlások értékének megoszlását vizsgálta és a következő táblázatnak megfelelőn rendezte az adatokat:

Fogyasztás (UAH)	Vásárlás (db)
-40,00	13
40,01-45,00	27
45,01-50,00	41
50,01-55,00	49
55,01-60,00	16
60,01-	4
Összesen:	**150**

Feladat: Határozza meg a fogyasztás átlagát, szórását és aszimmetriáját!

Megoldás:

Mivel ezt a feladatot a középértékek témakörénél már elemeztük, így most annyi a feladatunk, hogy kiszámítsuk a szórást és innen pedig az aszimmetria mutatóit.

$$\bar{x}_a = 52{,}5 + \frac{-110}{150} \cdot 5 = 48{,}83 \text{ UAH}$$

$$M_e = 45 + \frac{75-40}{41} \cdot 5 = 49{,}27 \text{ UAH.}$$

$$M_o = 50 + \frac{49-41}{(49-41)+(49-16)} \cdot 5 \approx 51 \text{ UAH.}$$

$$Q_1 = 40 + \frac{37{,}5-13}{41} \cdot 5 = 44{,}5 \text{ UAH.} \qquad Q_3 = 50 + \frac{112{,}5-81}{49} \cdot 5 = 53{,}2 \text{ UAH.}$$

Szórás meghatározása: $\sigma = i \cdot \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i d_i^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i} - \left(\dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i d_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}\right)^2}$

Fogyasztás (UAH)	Vásárlás (db)	d_i	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
-40	13	-3	-39	117
40,01-45,00	27	-2	-54	108
45,01-50,00	41	-1	-41	41
50,01-55,00	49	0	0	0
55,01-60,00	16	1	16	16
60,01-	4	2	8	16
Összesen:	**150**	**-**	**-110**	**298**

$\sigma = 5 \cdot \sqrt{\frac{298}{150} - \left(\frac{-110}{150}\right)^2}$ =6,02 UAH a fogyasztás változékonysága.

Minden adat ismert most már ahhoz, hogy kiszámítsuk az aszimmetria mutatóit.

Pearson-féle mutató: $A = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} = \frac{48{,}83 - 51}{6{,}02}$ =-0,36, tehát egy közepes erősségű, jobboldali asszimetriát mutat a fogyasztási gyakoriság.

Bowley-féle mutató (F): $F = \frac{(Q_3 - Me) - (Me - Q_1)}{(Q_3 - Me) + (Me - Q_1)} = \frac{(53{,}2 - 49{,}27) - (49{,}27 - 44{,}5)}{(53{,}2 - 49{,}27) + (49{,}27 - 44{,}5)}$ = -0,096, gyenge jobboldali aszimmetria.

Yule-Pearson féle mutató (A_y): $A_y = \frac{3(\bar{x} - Me)}{\sigma} = \frac{3(48{,}83 - 49{,}27)}{6{,}02}$ =-0,22, közepesen erős jobboldali aszimmetria.

III. fejezet: Indexek és idősorok módszertana

Annotáció. A pénzügyi statisztikában az indexek és idősorok módszertana elengedhetetlen eszköz a gazdasági változások méréséhez és értelmezéséhez. Az indexek alkalmasak arra, hogy több tényező együttes hatását kvantitatív formában fejezzék ki, míg az idősorelemzés lehetőséget nyújt a gazdasági és pénzügyi jelenségek időbeli alakulásának nyomon követésére, előrejelzésére. Ezek a módszerek a pénzügyi döntéshozatal egyik legfontosabb statisztikai hátterét jelentik.

Az indexszámok olyan relatív mutatók, amelyek valamely gazdasági jelenség időbeli, térbeli vagy csoportos változását fejezik ki. Az egyedi indexek egyetlen jelenség vagy változó (pl. fogyasztói ár, kamatláb, exportár) időbeli alakulását mutatják. Az összetett indexek viszont több egyedi jelenséget aggregálnak, és ezzel komplex gazdasági folyamatokat – például az árak általános szintjét vagy a termelés volumenét – képesek megragadni. A pénzügyi gyakorlatban gyakori az árszínvonal, a fizetőképesség, a fogyasztási vagy beruházási trendek indexekkel történő leírása.

Az ár- és volumenindexek a gazdasági változók mennyiségi és értékbeli változásának különválasztására szolgálnak. Két klasszikus számítási módszer a Laspeyres-index, amely a bázisidőszaki súlyokat alkalmazza, valamint a Paasche-index, amely a tárgyidőszaki szerkezetet veszi alapul. A Laspeyres-index jellemzően túlbecsli, míg a Paasche-index alábecsli az árváltozásokat – ezért gyakran használják a Fisher-indexet, mint a kettő geometriai átlagát. Ezek a mutatók különösen fontosak inflációmérés, fogyasztói kosár elemzés és gazdasági növekedés reálértékének meghatározása során.

Az idősorok olyan statisztikai sorozatok, amelyek egy adott jelenség időbeli alakulását mutatják be meghatározott időintervallumokban. Az idősorok négy fő komponensből állhatnak: trend (hosszú távú irányzat), szezonális (éven belüli rendszeres ingadozások), ciklikus (gazdasági ciklusokhoz kapcsolódó hullámzások) és véletlenszerű (irreguláris) elemek. Az idősor-elemzés lehetővé teszi a múltbeli folyamatok megértését, az aktuális helyzet értelmezését és jövőbeli értékek előrejelzését – például költségvetési bevételek, hitelkereslet vagy devizaárfolyamok esetében.

Az indexek és idősorok helyes alkalmazása biztosítja, hogy a pénzügyi szakemberek megbízhatóan azonosíthassák a strukturális változásokat, kiszűrjék a szezonális hatásokat, és tudományosan megalapozott prognózisokat készíthessenek. Ezek az eszközök a makrogazdasági elemzés, a pénzügyi tervezés, valamint a stratégiai döntések előkészítésének szerves részét képezik.

Definínció:

Indexám: két vagy több, valamilyen szempontból együvé tartozó, de az adatok jellegét tekintve különnemű, közvetlenül nem összesíthető statisztikai adat együttes átlagos változását kifejező összetett összehasonlító viszonyszám.

Az indexek komplexitásából fakadóan egyszerre lehetnek:

- *összetett viszonyszámok,*
- *átlagok, melyek időbeli vagy területi változást tükrözhetnek.*

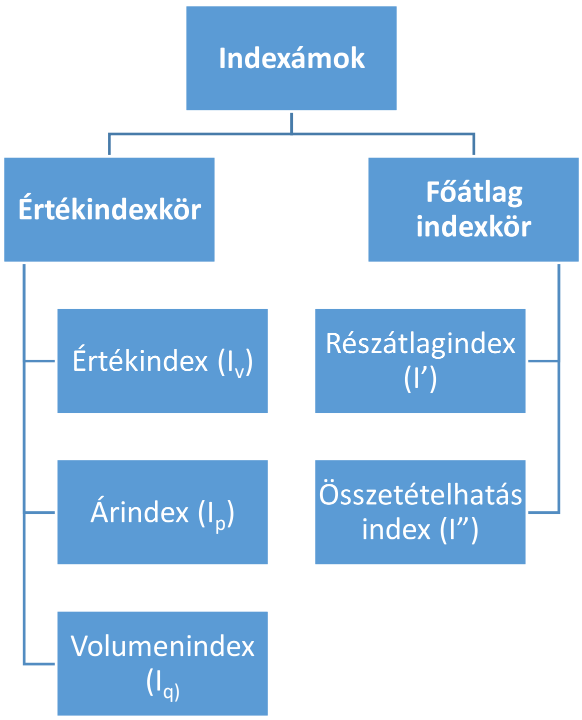
Amiért felmerül az indexámítás szükségessége, az a közös mértékegységben történő számbavétel problematikájából adódik. A gazdasági életben ez leggyakrabban akkor merül fel, amikor különböző termékek (vállalaton, iparágon belül, vagy akár az egész országot nézve is) termelésében változások merülnek fel, s ezek a termékek/szolgáltatások más-más mértékegységgel bírnak (tonna, hektár, liter, m^3 stb.), melyek nem aggregálhatóak (összegezhetőek), s ezért közös nevező kell találni, ami a leggyakrabban a pénz, a termékek ára.

Így jutunk el odáig, hogy a termelési értékben, az iparág, az ország stb. teljesítményében való változást (értékváltozás, I) nem csak a termelés volumene (q), hanem annak ára (p) is befolyásolja.

Ezeket a mennyiségi és áradatokat (p, q) két féle képen értelmezhetjük:

- *bázis időszakra: q_0, p_0,*
- *tárgy időszakra: q_1, p_1*

Módszertani szempontokat figyelembe véve a következő ábrának megfelelő rendszerben csoportosíthatók az indexek:



A továbbiakban megvizsgáljuk az értékindexör elemeit egyedi és aggregált formában.

3.1.Az egyedi érték, ár és volumenindex összefüggése

Egyedi értékindex: $i_v = \dfrac{q_1 \cdot p_1}{q_0 \cdot p_0}$

Egyedi árindex: $i_p = \dfrac{p_1}{q_0}$

Egyedi volumenindex: $i_q = \dfrac{q_1}{q_0}$

Összefüggések: $i_q \cdot i_p = i_v$

Mintapélda:

Egy termék ára 5 UAH és a boltban eladnak belőle egyik hónapban 150 db-t. A következő hónapban az ára felmegy 6 UAH-ra, s ekkor értékesítenek belőle 155 db-t.

Egyedi értékindex: $i_v = \dfrac{q_1 \cdot p_1}{q_0 \cdot p_0} = \dfrac{155 \cdot 6}{150 \cdot 5} = \dfrac{930}{750} = 1{,}24$, tehát 24 %-al nőtt az értékesítés a termékből.

Egyedi árindex: $i_p = \dfrac{p_1}{q_0} = \dfrac{6}{5} = 1{,}2$, tehát az értéknövekedésnek 20 %-ban az árnövekedés az okozója.

Egyedi volumenindex: $i_q = \dfrac{q_1}{q_0} = \dfrac{155}{150} = 1{,}033$, tehát az értéknövekedésnek 3,3 %-ban a volumenváltozás az okozója.

$i_v = i_q \cdot i_p = 1{,}033 \cdot 1{,}2 = 1{,}24$

Az egyedi indexek az egyszerűbb esetek, viszont a valóságban több termékkel és változó árakkal kell számolnunk, erre mutatnak megoldást a következő módszerek.

3.2.Értékindex

Definíció: A termékek, cikkek összességére nézve a termelési (eladási stb.) érték együttes, átlagos változását mutatja.

Értékindex: $$I_v = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{\sum q_0 \cdot p_0 \cdot \frac{q_1 \cdot p_1}{q_0 \cdot p_0}}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{\sum q_0 \cdot p_0 \cdot i_v}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum \frac{q_1 \cdot p_1}{q_1 \cdot p_1 / q_0 \cdot p_0}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum \frac{q_1 \cdot p_1}{i_v}}$$

Volumenindex:

Definíció: különböző termékekből termelt, eladott, forgalmazott vagy fogyasztott mennyiségek együttes átlagos változását mutatja.

Laspeyres-féle volumenindex: $$I_q^{\ L} = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{\sum q_0 \cdot p_0 \cdot \frac{q_1}{q_0}}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{\sum q_0 \cdot p_0 \cdot i_q}{\sum q_0 \cdot p_0} = \sum w_0 \cdot i_q$$ -

Bázisidőszaki súlyozású

ahol $$w_0 = \frac{q_{i0} \cdot p_{i0}}{\sum_i q_{i0} \cdot p_{i0}}$$

Paasche-féle volumenindex:

$$I_q^{\ P} = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum q_0 \cdot p_1} = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum \frac{q_1 \cdot p_1}{q_1 / q_0}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum \frac{q_1 \cdot p_1}{i_q}}$$ - Tárgyidőszaki súlyozású

Fisher-féle volumenindex: $$I_q^{\ F} = \sqrt{I_q^{\ L} \cdot I_q^{\ P}}$$

Árindex

Definíció: a különböző termékek, árucikkek árainak együttes, átlagos változását, röviden árszínvonal változását mutatja.

Laspeyres-féle árindex: $$I_p^{\ L} = \frac{\sum q_0 \cdot p_1}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{\sum q_0 \cdot p_0 \cdot \frac{p_1}{p_0}}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{\sum q_0 \cdot p_0 \cdot i_p}{\sum q_0 \cdot p_0} = \sum w_0 \cdot i_p$$ -

Bázisidőszaki súlyozású

Paasche-féle árindex:

$$I_p^{\ P} = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum q_1 \cdot p_0} = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum \frac{q_1 \cdot p_1}{p_1 / p_0}} = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum \frac{q_1 \cdot p_1}{i_p}}$$ - Tárgyidőszaki súlyozású

Fisher-féle árindex: $I_p^F = \sqrt{I_p^L \cdot I_p^P}$

Indexek közötti összefüggések:

$$I_v = I_q^L \cdot I_p^P \qquad I_v = I_q^P \cdot I_p^L \qquad I_v = I_q^F \cdot I_p^F$$

3.3.Standardizálás

A főátlagok különbségei alapján

Főátlagok különbsége: $K = \overline{V}_1 - \overline{V}_0 = \frac{\sum B_1 \cdot V_1}{\sum B_1} - \frac{\sum B_0 \cdot V_0}{\sum B_0}$

Részátlagok különbségének hatása: $K' = \overline{V}_1 - \overline{V}_s = \frac{\sum B_1 \cdot V_1}{\sum B_1} - \frac{\sum B_1 \cdot V_0}{\sum B_1}$

$$K' = \overline{V}_s - \overline{V}_0 = \frac{\sum B_0 \cdot V_1}{\sum B_0} - \frac{\sum B_0 \cdot V_0}{\sum B_0}$$

Összetételhatás: $K'' = \frac{\sum B_1 \cdot V_1}{\sum B_1} - \frac{\sum B_0 \cdot V_1}{\sum B_0}$

$$K'' = \frac{\sum B_1 \cdot V_0}{\sum B_1} - \frac{\sum B_0 \cdot V_0}{\sum B_0}$$

Összefüggésük: K=K'+K"

Főátlag indexkör indexei: Az összetett intenzitási viszonyszámok hányadosa alapján

Kiinduló alap a heterogén sokaságok elemzésének azon sajátossága, hogy a homogén részeit külön kell jellemeznünk átlaggal, és ezek súlyozott átlagai alapján képezhetjük a heterogén sokaság főátlagát.

Főátlagindex

Definíció: a heterogén sokaság átlagos színvonalának dinamikus változását mutatja.

Főátlagindex: $I = \frac{\overline{V}_1}{\overline{V}_0} = \frac{\frac{\sum B_1 \cdot V_1}{\sum B_1}}{\frac{\sum B_0 \cdot V_0}{\sum B_0}} = \frac{\frac{\sum f_1 \cdot x_1}{\sum f_1}}{\frac{\sum f_0 \cdot x_0}{\sum f_0}}$

A főátlag értékét két tényező határozza meg:

- a részátlagok nagysága (x1; x2) - Részátlagindex
- a fősokaság összetétele (f0, f1) – Összetétel hatás index.

Ezt a műveletsort másképpen standardizálásnak is nevezzük. A standardizálás lényege, hogy a főátlagokat a részátlagok súlyozott átlagaként kiszámítjuk oly módon, hogy a két tényező valamelyike szempontjából összehasonlíthatóvá tesszük azokat, majd az így kapott standardizált főátlagokat hasonlítjuk össze.

Részátlagindex

Definíció: a részátlagok megváltozásának a főátlag változására gyakorolt hatását fejezi ki. Megmutatja azt, hogy miként változott volna a főátlag, ha a változás kizárólag a részátlagok megváltozásából adódott volna.

Részátlagindex: $$I' = \frac{\dfrac{\sum B_0 \cdot V_1}{\sum B_0}}{\dfrac{\sum B_0 \cdot V_0}{\sum B_0}} = \frac{\dfrac{\sum f_0 \cdot x_1}{\sum f_0}}{\dfrac{\sum f_0 \cdot x_0}{\sum f_0}} \frac{\sum B_0 \cdot V_1}{\sum B_0 \cdot V_0} = \frac{\sum B_0 \cdot V_0 \cdot \dfrac{V_1}{V_0}}{\sum B_0 \cdot V_0}$$

vagy $$I' = \frac{\dfrac{\sum B_1 \cdot V_1}{\sum B_1}}{\dfrac{\sum B_1 \cdot V_0}{\sum B_1}} = \frac{\sum B_1 \cdot V_1}{\sum B_1 \cdot V_0} = \frac{\sum B_1 \cdot V_1}{\sum \dfrac{B_1 \cdot V_1}{V_1 / V_0}}$$

Összetételhatás index

Definíció: a fősokaság összetételében bekövetkezett változásnak a főátlag változására gyakorolt hatását fejezi ki. Azt mutatja be, hogy miként változott volna a főátlag, ha a változás kizárólag az összetétel megváltozásából adódott volna.

Összetételhatás indexe: $$I'' = \frac{\dfrac{\sum B_1 \cdot V_1}{\sum B_1}}{\dfrac{\sum B_0 \cdot V_1}{\sum B_0}} = \frac{\dfrac{\sum f_1 \cdot x_1}{\sum f_1}}{\dfrac{\sum f_0 \cdot x_1}{\sum f_0}}$$ vagy

$$I'' = \frac{\dfrac{\sum B_1 \cdot V_0}{\sum B_1}}{\dfrac{\sum B_0 \cdot V_1}{\sum B_0}} = \frac{\dfrac{\sum f_1 \cdot x_0}{\sum f_1}}{\dfrac{\sum f_0 \cdot x_1}{\sum f_0}}$$

Összefüggés: $I = I' \cdot I''$

3.4.Mintafeladatok:

Egy vállalat négy fajta terméket forgalmaz. 2022 novemberi és decemberi adatai a következők:

Termék	Értékesített mennyiség (db)		Eladási ár (Hr/db)	
	2022. nov.	2022. dec.	2022. nov.	2022. dec.
A	80	94	65	75
B	105	110	55	60
C	60	55	40	60
D	35	45	80	90

Feladat:

a) *Számítsa ki az egyedi érték-, ár-, és volumenindexeket az „B" termékre nézve!*

b) *Számítsa ki az együttes érték-, ár-, és volumenindexeket!*

c) *Értelmezze az egyes indexeket!*

A feladat megoldását könnyíti, ha egy segédtáblában előre kiszámítjuk a képleteinkbe felhasználásra kerülő aggregátumokat. Ezt a segédszámítást a következő táblázat tartalmazza:

Termék	Értékesített mennyiség (db)		Eladási ár (Hr/db)		Segédszámítások			
	q0	**q1**	**p0**	**p1**	**q0p0**	**q1p1**	**q0p1**	**q1p0**
A	80	94	65	75	5200	7050	6000	6110
B	105	110	55	60	5775	6600	6300	6050
C	60	55	40	60	2400	3300	3600	2200
D	35	45	80	90	2800	4050	3150	3600
Összesen	**-**	**-**	**-**	**-**	**16175**	**21000**	**19050**	**17960**

a) *Egyedi indexek meghatározása:*

$i_v = \frac{q_1 \cdot p_1}{q_0 \cdot p_0} = \frac{6600}{5775} = 1{,}143$ - tehát a „B" termék értéknövekedése 14,3 %-os volt egyik hónapról a másikra. Ennyivel nőtt az árbevétel egy hónap alatt az adott termékből.

$i_p = \frac{p_1}{q_0} = \frac{60}{55} = 1{,}091$ – tehát az értéknövekedést 9,1 %-ban a B termék árának a növekedése okozta. Ilyen értékű árnövekedés következett be a terméknél egy hónap alatt.

$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{110}{105} = 1{,}048$ – tehát az értéknövekedést 4,8 %-ban a termékben bekövetkező értékesítési mennyiség növekedése okozta. Ennyivel nőtt a B termék volumene egyik hónapról a másikra.

b) Együttes indexek meghatározása:

$I_v = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{21000}{16175} = 1{,}2983$ – tehát a vállalat értékesítési árbevétele 29,83 %-al nőtt egy hónap alatt. Ez a változás két tényezőnek tudható be: az árváltozásnak és a volumenváltozásnak.

Laspeyres-féle volumenindex, bázisidőszaki súlyozású

$I_q^L = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{17960}{16175} = 1{,}1104$ – tehát árváltozás nélkül az értékesítés árbevétele a volumenváltozás hatására 11,04 %-al nőtt volna, amennyiben bázisidő súlyozással számítjuk az indexet.

Paasche-féle árindex, tárgyidőszaki súlyozású:

$I_q^P = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum q_0 \cdot p_1} = \frac{21000}{19050} = 1{,}102$ – tehát tárgyidőszaki súlyozással a vállalat értékesítésének volumenváltozása 10,2 %-os növekedést mutat.

Fisher-féle árindex: $I_p^F = \sqrt{I_p^L \cdot I_p^P} = \sqrt{1{,}110 \cdot 1{,}102} =$ 1,1063, azaz a keresztezett volumenindex alapján a mennyiségi változás hatására az értékesítés 10,63 %-al bővült egy hónap leforgása alatt.

Laspeyres-féle árindex, bázisidőszaki súlyozású:

$I_p^L = \frac{\sum q_0 \cdot p_1}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{19050}{16175} = 1{,}178$ – tehát volumenváltozás nélkül az értékesítés árbevétel az árváltozás hatására bázisidőszaki súlyozással 17,8 %-kal növekedett.

Paasche-féle árindex, tárgyidőszaki súlyozású:

$I_p^P = \frac{\sum q_1 \cdot p_1}{\sum q_1 \cdot p_0} = \frac{21000}{17960} =$ 1,169 – tehát tárgyidőszaki súlyozással a vállalat értékesítésének volumenváltozása 16,9 %.

Fisher-féle árindex: $I_p^F = \sqrt{I_p^L \cdot I_p^P} = \sqrt{1{,}178 \cdot 1{,}169} = 1{,}173$ – azaz átlagosan 17,3 %-al növekedett a vállalat árbevétele az árváltozás hatására.

c) *Értelmezés jelen feladatmegoldásban a számítások mellett lettek megadva.*

IV. fejezet: Statisztikai becslések és hipotézisek módszertana

Annotáció. A statisztikai becslések és hipotézisvizsgálatok módszertana kulcsszerepet játszik abban, hogy a pénzügyi statisztika ne csak leíró, hanem következtető eszközzé is váljon. Ezek a módszerek lehetővé teszik, hogy a rendelkezésre álló mintaadatok alapján következtetéseket vonjunk le a teljes sokaságra vonatkozóan, miközben figyelembe vesszük az adatok mögött rejlő bizonytalanságokat is. A pénzügyi elemzésekben ezek az eszközök segítik a döntéshozókat annak eldöntésében, hogy egy változás szignifikáns vagy csupán véletlenszerű ingadozás.

A pontbecslés olyan módszer, amely egyetlen értéket rendel egy sokasági paraméterhez, például egy ország inflációs rátájának, költségvetési hiányának vagy egy vállalat átlagos hozamának megbecslésére. Ezzel szemben az intervallumbecslés nem egy konkrét számot, hanem egy értéktartományt ad meg, amelyen belül nagy valószínűséggel megtalálható az ismeretlen sokasági paraméter. Ezt a tartományt megbízhatósági intervallumnak nevezzük, amely meghatározott konfidenciaszinthez – például 95% – kapcsolódik, és tükrözi a becslés megbízhatóságát.

A becslések pontossága a mintavételi hibáktól függ, amelyek abból erednek, hogy a vizsgált sokaság egészéből csupán egy részhalmazt – azaz mintát – figyelünk meg. E hibák kiküszöbölhetetlenek, de jól becsülhetők és kontrollálhatók, ha a mintavétel véletlenszerű és megfelelő méretű. A pénzügyi statisztikában különösen fontos ezek kezelése, hiszen például egy felmérés alapján becsült lakossági megtakarítási hajlandóság vagy hitelállomány-növekedés érzékenyen befolyásolhatja az elemzések kimenetét.

A hipotézisvizsgálat egy statisztikai döntési eljárás, amelynek során meghatározott feltevések igazságtartalmát teszteljük a mintából származó adatok alapján. A paraméteres hipotézisvizsgálatok (például z-próba, t-próba) előfeltételezik, hogy az adatok meghatározott eloszlásból – többnyire normál eloszlásból – származnak. Ezekkel vizsgálható például, hogy egy vállalat átlagos hozama különbözik-e az iparági átlagtól, vagy hogy két időszak között változott-e az infláció mértéke. A nemparaméteres tesztek (például Mann–Whitney-, Wilcoxon-próba) nem igényelnek ilyen eloszlási feltételezéseket, ezért szélesebb körben alkalmazhatók, például rangsoradatok vagy asszimmetrikus eloszlások esetén.

A becslések és hipotézisvizsgálatok alkalmazása a pénzügyi statisztikában alapvető fontosságú a tényalapú döntéshozatal, a kockázatértékelés, a gazdasági hatásvizsgálatok és a stratégiai tervezés során. A hallgatóknak meg kell tanulniuk nemcsak számítási módszereiket, hanem azok helyes értelmezését és korlátait is.

4.1.Statisztikai becslések módszertana

Az alábbi fejezrészben a becslés elméleti alapjával, típusaival, és számításának módszertanával fogunk részletesebben megismerkedni.

4.1.1. A statisztikai becslés elméleti alapjai

A statisztikai becslés a matematikai statisztika egyik legfontosabb eszköze, amely lehetővé teszi, hogy a valóság sokaságaira – azaz nagy elemszámú, gyakran ismeretlen eloszlású rendszerekre – következtetéseket vonjunk le reprezentatív minták alapján. A pénzügyi statisztikában ez a módszertan kulcsszerepet játszik a döntéshozatal támogatásában, a gazdasági folyamatok előrejelzésében, valamint a társadalmi és vállalati szintű pénzügyi viszonyok megbízható értékelésében.

A becslés fogalma, célja és jelentősége a pénzügyi statisztikában

A becslés olyan eljárás, amely során a sokaság ismeretlen paramétereire – például az átlagos jövedelemre, a költségvetési hiány arányára, az inflációs rátára vagy a vállalati nyereséghányadra – a minta alapján következtetünk. Ez különösen fontos a pénzügyi statisztikában, ahol gyakran lehetetlen vagy rendkívül költséges lenne a teljes sokaság megfigyelése. Ehelyett a statisztikusok megfelelő mintát vesznek, és ezen végzett számítások alapján következtetnek a teljes sokaság viselkedésére.

A becslés célja tehát az, hogy *megbízható, objektív, számszerűsíthető és statisztikailag alátámasztott információt nyújtson* a pénzügyi döntéshozók – kormányzati szervek, központi bankok, vállalatok, befektetők – számára. Az eredményeket a költségvetési politika megalapozásában, inflációs előrejelzések készítésében, hitelképesség-értékelésben, vagy a lakosság pénzügyi tudatosságának értékelésében is felhasználják.

Paraméterek és statisztikák: alapfogalmak

A becslés során az egyik legfontosabb különbségtétel a **paraméter** és a **statisztika** között áll. A paraméter (pl. μ, σ) a sokaság jellemzője, amelyet általában ismeretlennek tekintünk, míg a statisztika (pl. x¯\bar{x}x¯, s) egy adott mintából számított mutató, amely a paraméter becslésére szolgál. A cél az, hogy a statisztika a lehető legpontosabban és legmegbízhatóbban közelítse meg a paramétert.

Például, ha az összes ukrajnai háztartás éves jövedelmeinek eloszlását szeretnénk ismerni, akkor a teljes sokaságra vonatkozó átlagjövedelem paraméter. Ha azonban csak egy 1500 fős reprezentatív mintát vizsgálunk, akkor a mintaátlag (x¯\bar{x}x¯) az adott paraméter statisztikai becslése lesz.

A becslés típusai: pont- és intervallumbecslés

A statisztikai becslések két fő típusa: **pontbecslés** és **intervallumbecslés**.

Pontbecslés

A pontbecslés egyetlen numerikus értéket rendel az ismeretlen sokasági paraméterhez. Egyszerűsége miatt gyakori a pénzügyi gyakorlatban, például:

- egy vállalat éves ROI-jának (megtérülésének) pontbecslése;
- az infláció aktuális havi értékének becslése;
- a banki ügyfelek átlagos hitelösszegének meghatározása.

A pontbecslés azonban nem nyújt információt a becslés megbízhatóságáról vagy pontosságáról. Ez különösen problémás lehet pénzügyi szempontból, ahol a kockázat és a bizonytalanság elemzése alapvető.

A jó pontbecslésnek meg kell felelnie az alábbi elvárásoknak:

- **Torzítatlanság**: a becslés várható értéke megegyezik a becsülendő paraméterrel.
- **Konzisztencia**: a minta elemszámának növelésével a becslés egyre közelebb kerül a valódi paraméterhez.
- **Hatékonyság**: a becslés varianciája minimális a lehetséges torzítatlan becslések közül.
- **Elegendőség**: a statisztika tartalmaz minden releváns információt a paraméterről.

Intervallumbecslés

Az intervallumbecslés egy olyan számszerű tartományt határoz meg, amely egy adott valószínűséggel tartalmazza az ismeretlen sokasági paramétert. Ez különösen fontos a pénzügyi statisztikában, mert a megbízhatósági szint (pl. 95%, 99%) lehetőséget ad a döntéshozóknak a kockázatok számszerűsítésére.

A klasszikus példa az átlagos háztartási jövedelem 95%-os konfidenciaintervallumának meghatározása. Ha a becsült átlag 23 000 UAH, és a konfidenciaintervallum [220 000; 240 000], akkor 95%-os bizonyossággal állíthatjuk, hogy a teljes sokaság átlagjövedelme ebbe a tartományba esik.

Az intervallumbecslés kulcselemei:

- **Konfidenciaszint (1–α)**: a megbízhatóság mértéke (pl. 0,95).
- **Hibahatár (E)**: az intervallum szélessége, amelyet a minta szórása és mérete is befolyásol.
- **Mintavételi eloszlás**: normális vagy t-eloszlás alapján végzett számítások.

Például, ha az éves infláció 6,5%, a konfidenciaintervallum ±1,2%, akkor a döntéshozók jobban tudják értelmezni az árstabilitási kockázatokat, mintha csak a pontbecslést ismernék.

Mintavételi hibák és megbízhatóság

A becslések pontosságát alapvetően meghatározza a **mintavételi hiba**, amely a mintaátlag és a sokasági átlag közötti eltérést fejezi ki. A pénzügyi statisztikában a hibák minimalizálása kritikus, hiszen téves becslések politikai, gazdasági és társadalmi következményekkel járhatnak (pl. hibás inflációs előrejelzés, rossz adópolitikai döntés stb.).

Két fő hibafajta létezik:

- **Véletlen hiba**: a minta véletlenszerűsége miatt alakul ki.
- **Rendszeres hiba**: például torzított mintavételi technika, nem reprezentatív sokaság, nem válaszoló háztartások.

A **mintavételi eloszlás** ismerete segíti a becslések értelmezését, különösen akkor, ha a sokasági eloszlás ismeretlen. A **centrális határeloszlás-tétel** biztosítja, hogy elegendően nagy minta esetén a mintaátlag eloszlása közel normális, ami megkönnyíti a megbízhatósági intervallumok számítását.

A minta elemszáma (n) is kritikus tényező: minél nagyobb, annál kisebb a hibahatár, és annál szűkebb intervallumot tudunk meghatározni.

A pénzügyi statisztikai alkalmazások gyakorlata

A pénzügyi statisztikában a becslési technikák gyakorlati alkalmazása széleskörű:

- A **Nemzeti Bankok** inflációs célkövető rendszereiben konfidenciaintervallumokat használnak a várható inflációs sávok meghatározásához.
- A **Központi Statisztikai Hivatalok** (pl. KSH, Держстат) rendszeresen publikálnak becsült adatokat, például a GDP vagy munkanélküliségi ráta intervallumbecslését.
- A **vállalati pénzügyi elemzők** gyakran végeznek hozam- és kockázatbecslést, amely során az értékpapírok hozamának konfidenciaintervalluma segít a portfólió-optimalizálásban.
- A **költségvetési tervezés** során a jövőbeli adóbevételek pont- és intervallumbecslése segíti a fiskális stabilitás megőrzését.

A becsléshez használt statisztikai szoftverek (pl. R, SPSS, Stata, Excel) képesek automatizálni ezeket a számításokat, de a becslési modell helyes kiválasztása, az adattisztítás és a mintavételi terv kidolgozása továbbra is az elemző szakértelmén múlik.

4.1.2. Pontbecslés

A statisztikai pontbecslés az egyik legegyszerűbb és leggyakrabban alkalmazott eszköz a sokasági paraméterek értékeinek meghatározására. A pontbecslés során a sokaság valamely jellemzőjére – például átlag, arány, szórás – a mintából származó egyetlen numerikus érték alapján következtetünk. Bár ez a módszer nem ad információt a becslés megbízhatóságáról, gyors és közvetlen alkalmazást tesz lehetővé a pénzügyi statisztikai gyakorlatban.

A pontbecslés kulcsszerepet játszik **Ukrajna pénzügyi és gazdasági folyamatainak elemzésében**, legyen szó a lakosság jövedelmi viszonyairól, a költségvetési hiányról, a bankrendszer kockázati kitettségéről vagy a biztosítási szektor stabilitásáról.

A pontbecslés definíciója és alkalmazásának általános célja

A pontbecslés olyan eljárás, amely egy minta alapján meghatározott statisztikai mutatóval (statisztikával) kívánja a sokaság egy ismeretlen paraméterét megbecsülni. Leggyakrabban az alábbi paraméterekre vonatkozó pontbecslések kerülnek alkalmazásra:

- sokasági átlag (μ) → mintaátlag ($\bar{x}$),
- sokasági arány (p) → minta arány ($\hat{p}$),
- sokasági szórás (σ) → minta szórás (s).

A pénzügyi statisztikában a pontbecslés célja például az, hogy:

- becslést adjunk a háztartások havi átlagos jövedelmére egy régióban;
- meghatározzuk az ukrán állami költségvetés GDP-arányos hiányának aktuális szintjét;
- megbecsüljük a bankszektorban az egy ügyfélre jutó átlagos hitelösszeget;
- meghatározzuk a biztosítási piac bruttó díjbevételének átlagát egy adott időszakban.

A pontbecslés követelményei

Egy hatékony statisztikai becslésnek több elvárásnak is meg kell felelnie, különösen pénzügyi környezetben, ahol a hibás becslés politikai, gazdasági vagy szociális következményekkel járhat. A legfontosabb követelmények:

- **Torzítatlanság (unbiasedness)**
  - Egy statisztikai becslés akkor torzítatlan, ha hosszú távon, sok ismétlés esetén az általa adott érték átlaga megegyezik a valós paraméter értékével.
  - **Példa**: Ha Ukrajnában egy adott évben 500 háztartás jövedelmét vizsgáljuk a Harkivi területen, és a mintaátlag minden esetben ~19 500 UAH, miközben a teljes sokaság átlaga is ekörül van, akkor x¯\bar{x}x¯ torzítatlan becslője a μ-nek.

- **Konzisztencia (consistency)**
  - Egy becslő konzisztens, ha a minta elemszámának növekedésével a becsült érték egyre közelebb kerül a sokasági paraméterhez.
  - Ez különösen fontos a központi statisztikai hivatal (Держстат) által végzett országos pénzügyi adatfelvételek esetén, ahol a mintaméret jelentősen befolyásolja az adatok megbízhatóságát.
- **Hatékonyság (efficiency)**
  - Két torzítatlan becslő közül azt tekintjük hatékonyabbnak, amelynek kisebb a varianciája. A pénzügyi döntéshozatal szempontjából ez azt jelenti, hogy kisebb szórással bíró becslés biztonságosabb alapja lehet például a költségvetési tervezésnek vagy a hitelkockázatok értékelésének.
- **Elegendőség (sufficiency)**
  - Egy statisztika elegendő, ha a mintából kinyerhető minden releváns információt tartalmaz a becsülendő paraméterről. Ez különösen fontos pénzügyi auditok vagy hitelképesség-vizsgálatok esetében.

Alapvető pontbecslési módszerek a pénzügyi statisztikában

1. Klasszikus módszer: mintaátlag, mintaarány, mintaszórás

A leggyakrabban alkalmazott pontbecslők:

- $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ – a sokasági átlag pontbecslése;
- $\hat{p} = \frac{x}{n}$ – sokasági arány pontbecslése;
- $s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ – szórás becslése.

Példa Ukrajnából:

Egy 2024-es kérdőíves felmérés során, amelyet a Держстат végzett Poltava megyében, 1200 háztartást vizsgáltak. A válaszadók 45%-a jelezte, hogy rendelkezik pénzügyi tartalékokkal. Ebből a $\hat{p} = 0{,}45$ arány a teljes megyei lakosság megtakarítási hajlandóságának pontbecslése.

2. Momentummódszer

A módszer lényege, hogy a mintából számított momentumokat (pl. átlag, szórás) egyenlővé tesszük a sokaság elméleti momentumaival.

Példa: Egy biztosítótársaság aktuáriusai az éves kárkifizetések átlagát és szórását vizsgálva a momentummódszerrel becsülik meg a teljes szerződésállomány pénzügyi kockázatát.

3. Maximum likelihood (ML) módszer

Ez a módszer olyan paraméterértékeket keres, amelyek mellett a minta előfordulása a legvalószínűbb. A pénzügyi modellekben gyakran alkalmazzák (pl. portfóliók hozamainak becslése).

Ukrajnai alkalmazás:

Az Ukrán Nemzeti Bank (НБУ) által a kereskedelmi bankok hitelkockázati portfólióján végzett elemzések során az ML-módszer segítségével határozták meg az egyes szektorok (pl. agrár, feldolgozóipar, szolgáltatások) valószínű nemteljesítési rátáit 2023-ban.

Mintanagyság és pontosság kapcsolata

A mintanagyság növekedésével a pontbecslés pontossága javul, azaz a becslés szórása csökken. Ez az összefüggés különösen fontos a regionális pénzügyi statisztikai elemzésekben, ahol a különböző megyék (pl. Lviv, Dnyipropetrovszk, Zakarpattya) adatainak összevetésére csak akkor van lehetőség, ha elegendő nagyságú minta áll rendelkezésre.

Gyakorlati példák a pontbecslés alkalmazására Ukrajnában

1. **Átlagjövedelem becslése régiónként**
   A 2023-as ukrán háztartási panelvizsgálat (HBS) alapján a Kárpátaljai területen a minta alapján becsült havi átlagjövedelem x¯=17800\bar{x} = 17 800x¯=17800 UAH volt. Ez a becslés segítette a szociális juttatások célzottabb elosztását.
2. **Költségvetési kiadások arányának pontbecslése**
   A 2022-es állami költségvetésben a hadseregre fordított kiadások aránya a teljes költségvetés 23%-át tette ki. Ez az arány a költségvetés alapján kiszámított $\hat{p}$ becslés, amelyet később trendként is vizsgálnak.
3. **Biztosítási piac díjbevételeinek átlagos becslése**
   Egy Kijev városi biztosítótársaság 1500 ügyfél éves díjbefizetéseit vizsgálva átlagosan 12 300 UAH értékű díjat számolt. Ez a x¯\bar{x}x¯ becslés ad alapot a díjszabási politika újratervezésére.

Összegzés

A pontbecslés egyszerűsége és gyakorlati haszna miatt megkerülhetetlen eszköze a pénzügyi statisztikai elemzéseknek. A módszertani alapelvek betartása – különös tekintettel a

torzítatlanságra, konzisztenciára és hatékonyságra – biztosítja, hogy a döntéshozók megalapozott következtetéseket vonhassanak le.
Ukrajna pénzügyi rendszerének modernizációja, az állami és magánszektor statisztikai információéhsége, valamint a nemzetközi partnerek felé történő adatszolgáltatási kötelezettségek mind fokozzák a megbízható pontbecslések iránti igényt. A pontbecslések nem csupán a múltat tükrözik, hanem a jövőbeni pénzügyi folyamatok megértésének is alapját képezik.

4.1.3. Intervallumbecslés

A statisztikai elemzések során nemcsak egyetlen értéket (pontbecslést), hanem **valószínűségi határok közé eső becslést**, azaz **intervallumbecslést** is alkalmazunk. Az intervallumbecslés célja, hogy a becsülni kívánt sokasági paraméter (pl. átlag, arány, szórás) egy bizonyos valószínűséggel egy adott intervallumba essen. Ezzel jelentősen nő a döntéshozatal megbízhatósága a pénzügyi statisztikában, ahol nemcsak az érték nagysága, hanem annak **bizonytalansága** is kritikus jelentőségű.

Az intervallumbecslés fogalma és jelentősége

Az intervallumbecslés olyan eljárás, amely a mintából számított paraméter köré **alsó és felső határt** ad, meghatározott **bizonyossági szint** mellett. A konfidenciaintervallum (megbízhatósági intervallum) azt a tartományt jelöli, amelyben a sokasági paraméter „valószínűleg” megtalálható.
Az intervallumbecslés alapformája a következő:

Becslési intervallum=θ^±E,

ahol θa pontbecslés, Epedig a hibahatár (margin of error), amelyet általában a minta szórásából és a kritikus értékből számítunk.
Példa: Ha egy felmérés alapján a háztartások átlagos jövedelme x¯=22 000\bar{x} = 22\,000x¯=22000 UAH, és a becsléshez tartozó 95%-os konfidenciaintervallum ±1 200 UAH, akkor azt mondjuk, hogy 95% valószínűséggel a tényleges sokasági átlag 20 800–23 200 UAH között van.

A konfidenciaintervallum fő komponensei

1. **Konfidenciaszint (confidence level)**

   Ez a becslés megbízhatóságát fejezi ki. Tipikus értékei: 90%, 95% vagy 99%. A 95%-os szint azt jelenti, hogy az ilyen módon számított intervallumok 95%-a valóban tartalmazza a sokasági paramétert.

2. **Kritikus érték (z vagy t)**
   Attól függően, hogy ismerjük-e a sokasági szórást és mekkora a mintánk, a kritikus érték lehet:
   - **Z-érték** (normál eloszlásnál, pl. nagy minta esetén),
   - **t-érték** (kis minta, ismeretlen szórás).
3. **Szórás vagy standard error (SE)**
   Ez a pontbecslés szórását vagy átlagának hibáját jelenti. A konfidenciaintervallum szélességét közvetlenül ez határozza meg:

$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, ha szigma ismert, $\frac{s}{\sqrt{n}}$, ha nem ismert.

Átlag intervallumbecslése ismert és ismeretlen szórás esetén

Ismert szórás, nagy minta: normál eloszlás (Z)

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Nemzetközi példa:

Az IMF adatai alapján egy ország (pl. Litvánia) jegybankja becsülni szeretné az infláció hatására csökkenő reáljövedelmet. A 95%-os intervallumbecslés segítségével a közgazdászok pontosabban meghatározhatják a jövedelempolitikai beavatkozások hatókörét.

Ismeretlen szórás, kis minta: t-eloszlás

$$\bar{x} \pm t_{n-1,\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Ukrajnai példa:

Egy kijevi biztosítótársaság kis ügyfélmintát (n=30) vizsgál a kárráfordítások elemzésére. A t-eloszlással számított konfidenciaintervallum segíti a tartalékok pontosabb kalkulációját.

Arányok intervallumbecslése

Ha p̂ az arány becslése (pl. a lakosság hányada, amely igénybe vett állami támogatást), akkor a konfidenciaintervallum formája:

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Példa:

A 2024-es ukrán nemzeti statisztikai felmérés szerint a válaszadók 58%-a rendelkezett digitális bankszámlával. A 95%-os megbízhatóságú intervallumbecslés ±3% hibahatárral azt jelenti, hogy a tényleges arány 55–61% között van.

Különbség becslése két sokasági átlag között

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Példa:

A Lviv és Harkiv megyék háztartásainak átlagos élelmiszerkiadásait hasonlítják össze. A becsült különbség 2 300 UAH, ±450 UAH hibahatárral. Ez alapján megalapozott következtetést vonhatunk le a regionális eltérésekre vonatkozóan.

Mintanagyság és konfidenciaszint összefüggése

A konfidenciaintervallum szélessége függ:

- a **mintanagyságtól (n)** – minél nagyobb a minta, annál kisebb a szórás és így szűkebb az intervallum;
- a **választott konfidenciaszinttől** – magasabb konfidenciaszint → szélesebb intervallum.

Alkalmazás:

Pénzügyi kutatóintézetek és jegybanki szakértők optimalizálni kívánják a minta nagyságát a kívánt pontosság és költséghatékonyság figyelembevételével. Ukrajnában ez különösen fontos, mivel a területi egységek heterogenitása magas.

Intervallumbecslés szerepe a pénzügyi döntéshozatalban

Makrogazdasági szinten

- Inflációs célkövetés: konfidenciaintervallumot számítanak az inflációs ráta előrejelzéseihez (pl. НБУ jelentései).
- GDP-növekedési becslések intervallummal: EU-tagjelölti országok összevetése.
- Államadósság-ráta intervalluma: kockázatelemzés nemzetközi hitelezők részéről.

Mikroszinten (vállalatok, háztartások)

- Hitelképesség intervallumbecslése: banki döntéstámogatás.

- Biztosítási kockázatok intervallumbecslése: várható kárérték meghatározása.
- Munkaerőpiaci várakozások és jövedelmi előrejelzések intervallumban: például közvélemény-kutatási adatok alapján.

Tipikus hibák és félreértelmezések

- A konfidenciaintervallum **nem azt jelenti**, hogy 95% az esély arra, hogy a sokasági paraméter az adott intervallumba esik (az intervallum fix, a paraméter konstans!).
- Az intervallumbecslés megbízhatóságát gyakran túlértékelik, ha a minta nem reprezentatív.
- Kis mintánál a **t-eloszlást** kell használni, nem a normál eloszlást!

Az intervallumbecslés a pénzügyi statisztika egyik legalapvetőbb és legmegbízhatóbb módszere, amely lehetőséget ad arra, hogy az elemzések során ne csak egyetlen pontérték, hanem egy *valószínűségi tartomány* is megjelenjen. Ez különösen fontos a döntéshozatal szempontjából, hiszen a pénzügyi elemzőknek, gazdaságpolitikai tervezőknek, banki és biztosítási szakembereknek ismerniük kell a becslések bizonytalanságát.

Az ukrajnai pénzügyi rendszer átalakulásának és az európai integrációs törekvéseknek fényében az intervallumbecslés alkalmazása elengedhetetlen eszközévé vált a *makrogazdasági előrejelzéseknek, a társadalmi egyenlőtlenségek mérésének, a banki kockázatkezelésnek*, és számos más alkalmazási területnek.

4.1.4. Mintavételi hibák és eloszlások

A pénzügyi statisztikai elemzések jelentős része mintákon alapul, mivel a teljes sokaság vizsgálata a legtöbb esetben gazdaságilag nem kivitelezhető vagy technikailag lehetetlen. Ennek következményeként elkerülhetetlen, hogy a mintavétel során hibák lépjenek fel. E hibák megértése és kezelése alapvető fontosságú a becslések megbízhatóságának értelmezéséhez, különösen a pénzügyi döntéshozatal során, legyen szó államháztartási elemzésről, banki kockázatbecslésről vagy fogyasztói pénzügyi viselkedés vizsgálatáról.

A mintavétel fogalma és célja

A mintavétel célja, hogy a sokaság egészére érvényes következtetéseket tudjunk levonni egy kisebb, reprezentatív részminta alapján. A mintavétel módszertanának kiválasztása – például véletlenszerű vagy rétegzett – meghatározza a hibák típusát és azok valószínűségét.

A pénzügyi statisztikában a mintavétel különösen érzékeny témakör, mert az adatok gyakran heterogének, torzak vagy nem függetlenek. Például a kis- és középvállalkozások (KKV-k) körében végzett pénzügyi elemzések esetén a mintába kerülő vállalatok pénzügyi viselkedése jelentősen eltérhet az egész sokaságétól, ha a mintavétel nem megfelelő.

A mintavételi hibák típusai

1. Véletlenszerű (stochasztikus) hibák

Ezek a hibák abból adódnak, hogy a minta különbözik a sokaságtól. Jellemzőjük, hogy statisztikai módszerekkel mérhetők és csökkenthetők – például a minta nagyságának növelésével. Ezek a hibák minden véletlenszerű mintavétel természetes velejárói.

Példa:

Az Ukrán Nemzeti Bank (НБУ) egy felmérést készít a lakosság hitelfelvételi hajlandóságáról. Ha a minta 1000 fős, akkor még akkor is lesz eltérés a valódi lakossági arányoktól, ha a mintavétel véletlenszerű és reprezentatív.

2. Nem véletlenszerű (szisztematikus) hibák

Ezek akkor jelentkeznek, ha a mintavétel torzít, például a kérdőív rossz megfogalmazása, nem reprezentatív minta, vagy mintavételi elfogultság miatt. Ezek a hibák statisztikai eszközökkel nem korrigálhatók, csak a módszertani hibák kiküszöbölésével.

Példa:

Ha egy pénzügyi viselkedést vizsgáló kérdőíves kutatás csak online platformokon fut, akkor az idősebb korosztály vagy az alacsonyabb digitális írástudással rendelkező réteg alulreprezentált marad.

A mintavételi eloszlás fogalma

A **mintavételi eloszlás** egy adott statisztikai mutató (pl. mintaátlag, mintaarány) értékeinek eloszlását mutatja, ha ugyanarról a sokaságról sok azonos méretű mintát vennénk.

A legfontosabb következtetés, hogy **a mintavételi eloszlások közel normál eloszlást követnek**, ha a minta mérete elég nagy. Ez a **centrális határeloszlás-tétel** (Central Limit Theorem) lényege, amely elengedhetetlen az intervallumbecslések és hipotézisvizsgálatok helyes alkalmazásához.

A centrális határeloszlás-tétel szerepe

Ez a tétel kimondja, hogy ha elég nagy számú, független és azonos eloszlású mintát veszünk egy sokaságból, akkor a mintaátlag eloszlása közelít a normálishoz, függetlenül a sokaság eredeti eloszlásától.

Matematikai megfogalmazás:

Ha X1,X2,... független, azonos eloszlású valószínűségi változók, akkor a mintaátlag $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum X_i$ közelít a normális eloszláshoz, ha nnn elég nagy.

Gyakorlati jelentőség:

Ez teszi lehetővé a Z- és t-próbák, valamint a konfidenciaintervallumok használatát akkor is, ha a sokaság eloszlása ismeretlen.

Pénzügyi alkalmazás:

Az Ukrán Állami Statisztikai Szolgálat (Держстат) egy 500 vállalatra kiterjedő felmérést végez a 2023-as beruházási aktivitásról. A mintaátlag beruházási érték normál eloszlásúnak vehető, így az átlagos beruházási volumen konfidenciaintervalluma számítható.

A standard hiba (SE) szerepe a mintavételi eloszlásban

A **standard error** (szabványos hiba) megmutatja, hogy mekkora szórás várható a mintastatisztika értékei között, ha többször megismételnénk a mintavételt.

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{vagy} \quad \frac{s}{\sqrt{n}}$$

, ismeretlen szigma esetén.

Ez az érték kulcsfontosságú a megbízhatósági intervallum és a statisztikai próbák számításánál.

A minta méretének hatása a pontosságra

A minta nagysága közvetlenül befolyásolja a becslés pontosságát:

- Nagyobb minta → kisebb SE → szűkebb intervallum → nagyobb pontosság
- Kis minta → nagyobb SE → szélesebb intervallum → nagyobb bizonytalanság

Példa:

Ha egy hitelminősítő intézet (pl. Moody’s) értékeli Ukrajna makrogazdasági kockázatát, a GDP növekedési rátára vonatkozó becslésekhez legalább 30–50 mintapontot használnak, hogy a standard hiba kicsi legyen.

Mintavételi eloszlás különböző mutatók esetén

MUTATÓ	MINTAVÉTELI ELOSZLÁS TÍPUSA
ÁTLAG	Normális (nagy minta, σ ismert)
ARÁNY	Binomiális (közelíthető normálishoz)
VARIANCIA	Khi-négyzet eloszlás

Gyakorlati pénzügyi alkalmazások

1. Államháztartási becslések

A pénzügyminisztérium megbízásából végzett becslés során az adóbevételi előrejelzéshez 100 különböző régió költségvetési adatát elemzik. A mintavételi hiba figyelembevétele biztosítja a túlbecslés vagy alulbecslés elkerülését.

2. Lakossági hitelkereslet modellezése

A bankok számára kulcsfontosságú a háztartási hitelkereslet pontos előrejelzése. Ha a becslés nem reprezentatív mintán alapszik, az hitelkockázatot és forrásallokációs hibát eredményezhet.

Példa:

Egy ukrán kereskedelmi bank 2024-ben 5000 ügyfél válaszai alapján modellezte a lakáshitel-felvételi hajlandóságot. A mintavételi hiba alapján 2,5%-os torzítás lehetőségével számoltak.

3. Biztosítási kárráfordítások becslése

A biztosítók statisztikai elemzései a jövőbeli károk várható értékének és eloszlásának becslésén alapulnak. Ha a mintavétel nem fedi le megfelelően a különböző kockázati csoportokat, akkor a tartalékképzés nem lesz megalapozott.

Mintavételi hibák csökkentésének módszerei

1. **Minta nagyságának növelése**
   - A legkézenfekvőbb módszer, de költségigényes.
2. **Rétegzett mintavétel**
   - A sokaság szegmentálása (pl. jövedelmi kategóriák szerint) és rétegenkénti mintavétel.
3. **Többlépcsős mintavétel**
   - Először régiók, majd települések, végül háztartások kiválasztása.
4. **Súlyozás**
   - Utólagos statisztikai súlyozás a reprezentativitás javítása érdekében.

A mintavételi hibák és eloszlások ismerete elengedhetetlen a pénzügyi statisztika megbízható alkalmazásához. Ezek az elvek biztosítják, hogy a mintán alapuló következtetések ne vezessenek félre a döntéshozatali folyamatokban – legyen szó állami költségvetésről, pénzpiaci elemzésről vagy biztosítási modellezésről.

Az ukrajnai pénzügyi szektor, amely jelenleg erőteljes strukturális átalakuláson megy keresztül, különösen érzékeny a statisztikai hibákból fakadó torzulásokra. Ezért a megfelelő mintavételi technikák alkalmazása, a hibák értelmezése és minimalizálása a pénzügyi stabilitás és makrogazdasági tervezés alapfeltételei közé tartozik.

4.2. Hipotézisvizsgálat módszertana

4.2.1. A statisztikai hipotézisvizsgálat alapfogalmai

A statisztikai hipotézisvizsgálat a döntéselmélet egyik alapvető eszköze, amely lehetőséget biztosít arra, hogy a rendelkezésre álló mintaadatok alapján következtetéseket vonjunk le a sokaság egy vagy több paraméterére vonatkozóan. Ez különösen fontos a pénzügyi statisztikában, ahol gyakran kell döntéseket hozni a gazdasági jelenségek közötti összefüggésekről, a modellek érvényességéről, vagy éppen a különbségek statisztikai szignifikanciájáról. A hipotézisvizsgálat célja, hogy a mintából származó megfigyelések alapján értékeljük egy előzetesen megfogalmazott állítás (hipotézis) elfogadhatóságát.

A **hipotézis** egy állítás a vizsgált sokaság valamely jellemzőjére (paraméterére) vonatkozóan. Lehet például kijelentés egy átlagról, arányról, szórásról vagy eloszlásról. A statisztikai hipotézisvizsgálat során megkülönböztetünk:

- **Nullhipotézist (H_0)** – az a kiinduló állítás, amelyet igazolni vagy cáfolni kívánunk,
- **Alternatív hipotézist (H_1 vagy H_a)** – az a versengő állítás, amely akkor válik érvényessé, ha a nullhipotézist elvetjük.

Példa:

Tegyük fel, hogy az Ukrán Nemzeti Bank azt állítja, hogy az infláció éves átlaga nem haladja meg a 7%-ot. A hipotézisek így alakulnak:

- H_0: $\mu \leq 7\%$
- H_1: $\mu > 7\%$

A hipotézisvizsgálat segítségével értékelhetjük, hogy a rendelkezésre álló statisztikai adatok alapján az infláció valóban meghaladja-e ezt a szintet.

A hipotézisvizsgálat lépései

A folyamat szisztematikus felépítése biztosítja a tudományos érvényességet:

1. **Null- és alternatív hipotézis megfogalmazása**

   Pl. H_0: $\mu = \mu_0$ vs. H_1: $\mu \neq \mu_0$

2. **Megfelelő statisztikai próba kiválasztása**
   Függ a vizsgált változótól (kvantitatív vagy kvalitatív), a sokasági eloszlástól és a minta nagyságától.
3. **Szignifikanciaszint meghatározása (α)**
   Általában 5% (0,05), de a pénzügyekben gyakran 1%-os szintet is alkalmaznak konzervatívabb becslés esetén.
4. **A próbastatisztika kiszámítása**
   Ez lehet t-érték, Z-érték, Khi-négyzet vagy F-érték.
5. **Döntés: elfogadjuk vagy elvetjük a nullhipotézist**
   Ha a próbastatisztika kritikus értékeken kívül esik, elvetjük H_0-t.

Szignifikanciaszint és p-érték

A **szignifikanciaszint (α)** annak a valószínűsége, hogy a nullhipotézist helytelenül vetjük el (I. fajú hiba). A **p-érték** a kapott próbastatisztika melletti hibás elvetés valószínűsége. Ha $p < \alpha$, elvetjük H_0-t.

Példa:

Egy ukrán biztosítótársaság vizsgálja, hogy az újonnan bevezetett lakásbiztosítási konstrukció okozott-e szignifikáns változást a kárkifizetések átlagában. A p-érték 0,03, az $\alpha = 0{,}05 \rightarrow$ szignifikáns különbség van, H_0 elvethető.

I. és II. fajú hibák

- **I. fajú hiba (α):** H_0 igaz, de elvetjük → téves riasztás
- **II. fajú hiba (β):** H_0 hamis, de elfogadjuk → elmaradt észlelés

A pénzügyi statisztikában **I. fajú hiba** gyakran konzervatívabb megközelítést igényel (pl. kockázatelemzések során), míg **II. fajú hiba** vállalati döntéshozatalban kockázatot jelenthet, ha nem ismerjük fel a valós különbségeket.

Példa:

Egy kockázatitőke-alap nem észleli, hogy egy portfólióvállalat csődveszélyben van, mert a statisztikai teszt nem mutat ki szignifikáns likviditási romlást (II. fajú hiba).

A hipotézisvizsgálatok típusai pénzügyi kontextusban

Vizsgálati típus	Alkalmazási példa
Egymintás t-próba	Egy pénzügyi mutató (pl. ROI) összevetése egy iparági átlaggal
Páros mintás t-próba	Ugyanazon vállalat eredményei két időszak között (pl. háború előtti vs. utáni profit)
Kétmintás t-próba	Két régió vállalkozásainak pénzügyi eredményeinek összevetése
Khi-négyzet próba	Pénzügyi edukáció és hitelfelvételi hajlandóság közötti kapcsolat elemzése
ANOVA	Három különböző banki termék ügyfél-elégedettségének összehasonlítása

Pénzügyi hipotézisvizsgálatok gyakorlata Ukrajnában

1. Regionális államadósság-arányok összevetése

Kutatók azt vizsgálják, hogy 2023-ban különbség mutatkozott-e a Kárpátalja, Lviv és Dnyipropetrovszk megyék önkormányzati adósságállománya között. A statisztikai teszt ANOVA, ahol a H_0: nincs szignifikáns különbség. A p-érték 0,001 → H_0 elvethető → a megyék között szignifikáns eltérés van.

2. Háztartási jövedelmek alakulása 2022 előtt és után

A háborús időszak előtt és után felvett jövedelmi adatok összehasonlítása páros t-próbával történik. Eredmény: szignifikáns csökkenés mutatható ki ($p < 0{,}01$), ami fontos gazdaságpolitikai következtetésekhez vezet.

3. Bankközi kamatlábak különbségei

Két különböző kereskedelmi bank közti napi kamatlábak szórásának összevetése F-próbával történik, ami a kockázatkezelés és kamatpolitikák közti eltérések vizsgálatát támogatja.

Hipotézisvizsgálat esettanulmány: Ukrajnai infláció és fogyasztói viselkedés

Egy ukrán egyetem kutatói azt feltételezik, hogy az éves infláció növekedése után csökken a háztartások élelmiszerre fordított kiadása. A hipotézisek:

- H_0: nincs különbség a kiadásokban ($\mu_1 = \mu_2$)
- H_1: van különbség ($\mu_1 \neq \mu_2$)

A t-próba eredménye: $t = -2{,}75$; $p = 0{,}006$ → H_0 elvethető, tehát szignifikáns változás történt.

A hipotézisvizsgálat szerepe a pénzügyi döntéstámogatásban

A pénzügyi döntéshozatalban a hipotézisvizsgálat alapvető funkciót lát el:

- **Befektetési döntések során**: egy új eszközosztály vagy portfólió teljesítményének összevetése másokkal.
- **Hitelkockázat becslésénél**: fizetési fegyelem szignifikáns különbségeinek kimutatása ügyfélcsoportok között.
- **Államháztartási elemzésekben**: adókiesések és kiadások strukturális változásainak szignifikanciája.

A statisztikai hipotézisvizsgálat lehetővé teszi, hogy a pénzügyi statisztikában objektív módon értékeljük, mennyiben tekinthetők a megfigyelt különbségek valóban jelentősnek, vagy pusztán véletlen ingadozás következményei. Az ukrajnai gazdaság jelenlegi átalakulási időszakában

különösen fontos az adatalapú döntéshozatal, amelyet csak tudományosan megalapozott hipotézisvizsgálattal lehet biztosítani.
Ez az eszköztár hozzájárul a makroökonómiai stabilitás értékeléséhez, a pénzügyi szektor megbízhatóságának vizsgálatához, és a társadalmi-gazdasági folyamatok értelmezéséhez egyaránt.

4.2.2. Paraméteres próbák

A paraméteres próbák a statisztikai hipotézisvizsgálatok azon típusai, amelyek meghatározott valószínűségi eloszlást (általában normális eloszlást) feltételeznek az alapul szolgáló sokaságról, valamint ismert vagy becsült paraméterek (pl. szórás) alapján végzik a döntéshozatalt. Ezek a módszerek igen elterjedtek a pénzügyi statisztika alkalmazásaiban, mivel a legtöbb pénzügyi mutató – megfelelő transzformáció után – közelíti a normál eloszlást, és a nagyméretű adatbázisok esetén a centrális határeloszlás-tétel biztosítja az érvényességüket.

Alkalmazási feltételek

Paraméteres próbák használatához az alábbi feltételeknek teljesülniük kell:

- A minta eloszlása közelítse a normál eloszlást (vagy a minta legyen elég nagy, $n > 30$),
- Az adatok függetlenek legyenek,
- A szórás ismert vagy megbízhatóan becsült legyen,
- A skála típusú adatokat kvantitatívan mérjük (pl. jövedelem, kamatláb, árfolyam).

A pénzügyi statisztikában gyakran olyan problémák merülnek fel, amelyek során két átlag, egy arány, vagy varianciák összehasonlítására van szükség, például két időszak vagy két régió pénzügyi mutatói között.

Egymintás t-próba

Az **egymintás t-próba** akkor használatos, ha egyetlen minta alapján kívánjuk vizsgálni, hogy a minta átlaga szignifikánsan különbözik-e egy ismert vagy feltételezett értéktől.

Példa:

Az Ukrán Pénzügyi Elemzők Egyesülete azt feltételezi, hogy a nyugdíjalap éves hozama nem tér el 4%-tól. Egy 36 elemű mintából származó éves hozamátlag 4,5%, a szórás 1,2%. Vizsgálható, hogy ez a különbség szignifikáns-e.

A hipotézisek:

- H_0: $\mu = 4\%$
- H_1: $\mu \neq 4\%$

A t-érték kiszámítása után összehasonlítjuk a kritikus értékkel vagy p-értékkel döntünk.

Kétmintás t-próba

A **független kétmintás t-próba** célja annak vizsgálata, hogy két független minta átlaga között van-e szignifikáns különbség. Ezt akkor alkalmazzuk, ha például két különböző régió háztartásainak pénzügyi megtakarításait, vagy két különböző bank nyereségességi mutatóit akarjuk összehasonlítani.

Példa:

Vizsgáljuk, hogy van-e különbség az Ivano-Frankivszk és Zaporizzsja megyei kisvállalkozások havi nettó bevételei között. A két minta átlaga rendre 83 ezer és 75 ezer hrivnya, a szórások 15 és 18 ezer hrivnya, a mintaelemszám mindkét esetben 40.

A kétmintás t-próba alkalmazásával megállapítható, hogy a különbség szignifikáns-e 5%-os szinten.

Páros mintás t-próba

A **páros t-próba** alkalmazható olyan esetekben, amikor ugyanazokat a megfigyeléseket két különböző időpontban vagy körülmények között vizsgáljuk. Ilyen lehet például az ukrán háztartások költségvetési adatai 2021-ben és 2023-ban, vagy a vállalati árbevétel a háború előtt és után.

Példa:

Egy felmérésben 25 vállalat pénzügyi nyereségét vizsgálják 2021-ben és 2024-ben. Az adatok szerint a legtöbb vállalat esetében csökkent a nyereség. A páros mintás t-próba képes megállapítani, hogy a különbség szignifikáns-e, és alátámasztja-e a háború negatív pénzügyi hatását.

Z-próba arányokra

A **Z-próba** arányokra használható, amikor két populáció arányait akarjuk összehasonlítani (pl. a hitelképességi arányt két különböző ügyfélcsoportban).

Példa:

Egy ukrán kereskedelmi bank vizsgálja, hogy a hiteleket törlesztő ügyfelek aránya különbözik-e a 18–30 év közötti és a 31–50 év közötti ügyfelek esetében. A két minta nagysága nagy, így a normálközelítés alkalmazható. A Z-próba segítségével dönthető el, hogy szignifikáns-e a különbség.

Khi-négyzet próba – illeszkedésvizsgálat

A **khi-négyzet (χ^2) próba** lehetővé teszi annak vizsgálatát, hogy egy mintában megfigyelt kategóriák eloszlása megegyezik-e az elméletileg várt eloszlással. Ez gyakran alkalmazható például értékpapírpiaci adatok esetén, ahol megvizsgáljuk, hogy az árfolyamok eloszlása megfelel-e a normálisnak vagy más ismert eloszlásnak.

Példa:

Az Ukrán Értékpapír- és Tőzsdefelügyelet elemzi, hogy a részvényárfolyamok eloszlása megfelel-e a normál eloszlásnak. A mintában szereplő értékek gyakorisági megoszlása alapján alkalmazzák a χ^2-tesztet.

F-próba – varianciák összehasonlítása

Az **F-próba** két minta szórásának (varianciájának) összehasonlítására szolgál. Használata pénzügyi környezetben akkor indokolt, ha például két különböző befektetési portfólió kockázatát szeretnénk összevetni.

Példa:

Két alapkezelő portfóliójának hozamai alapján számított szórás: Alap A – 4,1%, Alap B – 2,7%. Az F-próba segítségével eldönthető, hogy a szórások közti különbség szignifikáns-e, azaz valóban eltérő volatilitásúak-e a befektetések.

ANOVA – varianciaanalízis

Az **ANOVA (Analysis of Variance)** módszer alkalmas arra, hogy három vagy több csoport átlagának különbségét vizsgáljuk. A pénzügyi szektorban például használható különböző banki termékek jövedelmezőségének összehasonlítására.

Példa:

Három bank három különböző betéti konstrukciójának hozamát elemzik ügyfélszinten. Az ANOVA segítségével eldönthető, hogy a hozamok között statisztikailag szignifikáns különbség van-e.

Összefoglaló táblázat a paraméteres próbák alkalmazásáról

Próba típusa	Cél	Pénzügyi példa
Egymintás t-próba	Egy minta átlagának vizsgálata ismert értékhez képest	Havi megtakarítási átlag összevetése nemzeti értékkel
Kétmintás t-próba	Két független minta átlagainak összevetése	Két megye kisvállalatainak bevételi szintje
Páros mintás t-próba	Ugyanazon minta két időpontbeli összehasonlítása	Jövedelmek a háború előtt és után
Z-próba	Nagyméretű minták arányainak összevetése	Törlesztési hajlandóság korcsoportonként
Khi-négyzet próba	Illeszkedés- vagy függetlenségvizsgálat	Árfolyameloszlás normálitása
F-próba	Két minta szórásának összehasonlítása	Portfóliók volatilitása
ANOVA	Három vagy több csoport átlagainak vizsgálata	Banki termékek jövedelmezősége

A paraméteres próbák kiemelt szerepet töltenek be a pénzügyi statisztikában, mivel lehetőséget adnak a kvantitatív pénzügyi adatok alapján történő megalapozott döntéshozatalra. Használatuk különösen fontos a makrogazdasági elemzések, hitelkockázati értékelések, befektetési stratégiák vizsgálata során.
A módszerek alkalmazása azonban feltételezi a statisztikai háttértudást, az eloszlásfeltételek ellenőrzését, és a mintaelemszám helyes megválasztását. A következő alfejezetben a **nemparaméteres próbák** kerülnek ismertetésre, amelyek hasznos alternatívát kínálnak akkor, ha a paraméteres próbák feltételei nem teljesülnek.

4.2.3. Nemparaméteres próbák

A nemparaméteres statisztikai próbák olyan hipotézisvizsgálati módszerek, amelyek nem támaszkodnak erős eloszlásfeltételezésekre, mint például a normál eloszlásra. Ezek különösen hasznosak akkor, ha:

- a mintanagyság kicsi,
- az adatok nem normál eloszlásúak vagy nem számszerűek (pl. rangsoroltak),
- az adatok torzítottak vagy kiugró értékeket tartalmaznak,
- a vizsgált változó csak ordinális szintű.

A pénzügyi statisztikában gyakran találkozunk ilyen feltételekkel például háztartási jövedelmek, kisvállalkozói nyereségek, ügyfélelégedettség vagy befektetői preferenciák vizsgálatakor.

Mann–Whitney U-próba

Ez a próba a **független kétmintás t-próba** nemparaméteres megfelelője. Akkor alkalmazzuk, ha két független mintából származó megfigyeléseket akarunk összehasonlítani, de az adatok nem felelnek meg a normál eloszlás feltételeinek.

Példa (Ukrajna):

Vizsgáljuk, hogy van-e különbség a nyugdíjasok és a dolgozó felnőttek hitelfelvételi hajlandósága között. A válaszadók skálán értékelték hajlandóságukat (1-től 10-ig). Az adatok eloszlása torzított, így a Mann–Whitney U-próba alkalmas a mediánok összehasonlítására.

Wilcoxon előjeles rangösszeg-próba

Ez a páros mintás t-próba nemparaméteres alternatívája. Akkor alkalmazzuk, ha ugyanazon egységeken belül két különböző időpont vagy körülmény alapján gyűjtött adatokat szeretnénk összehasonlítani.

Példa (háborús hatás vizsgálata):

20 ukrán kisvállalkozás 2021-es és 2023-as havi nettó árbevételét hasonlítjuk össze. Az adatok eloszlása aszimmetrikus, így a Wilcoxon-próba alkalmazásával statisztikai következtetést vonhatunk le arról, hogy a háború hogyan befolyásolta a cégek bevételeit.

Kruskal–Wallis próba

Ez az **ANOVA** nemparaméteres megfelelője, és akkor alkalmazzuk, ha három vagy több csoport mediánját szeretnénk összehasonlítani egymástól független minták alapján.

Példa (régiós összehasonlítás):

Vizsgáljuk az ukrán háztartások havi megtakarítási szintjeit három különböző régióban: Kárpátalja, Kijev és Dnyipropetrovszk. Az adatok nem normálisak, sok a nulla érték. A Kruskal–Wallis próba segítségével eldönthető, hogy van-e szignifikáns különbség a régiók között.

Friedman-próba

Ez a páros mintás ANOVA nemparaméteres alternatívája. Akkor alkalmazzuk, ha három vagy több ismételt mérés vagy párosított minta alapján szeretnénk összehasonlítást végezni.

Példa:

Egy ukrán bank három különböző típusú betéti konstrukció ügyfélelégedettségi pontszámait vizsgálja ugyanazon ügyfelek körében. A Friedman-próba segítségével meghatározható, hogy szignifikáns különbség van-e a konstrukciók értékelése között.

Khi-négyzet próba (kontingenciatábla)

A nemparaméteres eljárások közé sorolható a **kontingenciatáblás khi-négyzet próba**, amely a változók közötti függetlenség vagy összefüggés vizsgálatára alkalmas két vagy több kategóriaváltozó között.

Példa:

A Nemzeti Bank statisztikai felmérést végez arról, hogy a lakosság hitelfelvételi szokásai összefüggenek-e a foglalkozási státusszal (alkalmazott, vállalkozó, munkanélküli). A válaszok kategóriákba sorolhatók, és a khi-négyzet próba segítségével megállapítható az összefüggés szignifikanciája.

Nemparaméteres próbák előnyei és korlátai

Előnyök:

- Nincs szükség normáleloszlási feltételezésre.
- Kisebb mintanagyság esetén is megbízható.

- Robusztusabb kiugró értékekkel szemben.
- Alkalmazhatók rangsorolt, ordinális vagy nem mennyiségi adatokra is.

Korlátok:

- Általában kisebb statisztikai erő (power) mint paraméteres próbák esetén.
- Kevésbé informatívak a különbségek mértékéről (pl. mediánkülönbséget nem minden esetben adnak meg).
- Nehezebb interpretáció komplex pénzügyi modellekben.

Nemparaméteres próbák alkalmazása pénzügyi statisztikában

Próba	Paraméteres megfelelője	Használat feltétele	Pénzügyi alkalmazási példa
Mann–Whitney U	Kétmintás t-próba	Független minták, nem normális eloszlás	Bevételi különbségek különböző társadalmi csoportok között
Wilcoxon	Páros t-próba	Páros adatok, nem normális eloszlás	Árbevétel vizsgálata háború előtt és után
Kruskal–Wallis	Egyszempontos ANOVA	Három vagy több csoport, független minták	Régiós jövedelmi összehasonlítás
Friedman	Ismételt mérések ANOVA	Három vagy több páros adat	Betéti konstrukciók ügyfélelégedettsége
Khi-négyzet (kontingencia)	–	Kategóriaváltozók közötti kapcsolat	Hitelfelvétel és foglalkozási státusz összefüggése

A nemparaméteres próbák elengedhetetlen eszközei a pénzügyi statisztikai elemzésnek, különösen olyan esetekben, amikor a rendelkezésre álló adatok eloszlása nem felel meg a paraméteres tesztek követelményeinek. Ezek a módszerek lehetőséget adnak arra, hogy kiszámíthatatlan vagy hiányos adatstruktúrák ellenére is megbízható következtetéseket vonjunk le – akár háztartási pénzügyi szokásokról, akár vállalati teljesítményekről, akár makrogazdasági trendekről van szó.
A következő alfejezetben a *statisztikai tesztek gyakorlati alkalmazását mutatjuk be konkrét esettanulmányokon keresztül*, ezzel még közelebb hozva az elméletet a pénzügyi valósághoz.

4.2.4. Alkalmazások és esettanulmányok

A hipotézisvizsgálatok gyakorlati alkalmazása különösen fontos a pénzügyi statisztika szempontjából, mivel lehetőséget biztosít a döntéshozók, gazdasági elemzők és kutatók számára arra, hogy statisztikai módszerekkel igazolják vagy cáfolják pénzügyi-gazdasági feltételezéseiket. Az alábbiakban bemutatunk néhány jellemző példát különböző pénzügyi szintekről.

Esettanulmány 1: Inflációs különbségek régiók között (Kruskal–Wallis próba)

Kérdés:

Létezik-e statisztikailag szignifikáns különbség az inflációs élmény (perceived inflation) szintjében Ukrajna különböző régiói (pl. Nyugat, Közép, Kelet) között?

Adatforrás:

A Központi Statisztikai Hivatal (Derzshstat) 2022–2023-as háztartási felmérései, amelyben a háztartások becsülték az árak emelkedésének mértékét.

Módszer:

A háztartások szubjektív inflációs értékeit Kruskal–Wallis próbával vetették össze három régió között. Az eredmények alapján szignifikáns különbség mutatkozott, leginkább a keleti régióban volt magasabb az észlelt infláció. Ez részben a logisztikai nehézségek, illetve a háborús hatások miatti áruhiány következménye volt.

Esettanulmány 2: A bankszektor nyereségessége 2021 és 2023 között (Wilcoxon próba)

Kérdés:

A háború előtti és utáni időszakban változott-e a kereskedelmi bankok átlagos saját tőke arányos nyeresége (ROE)?

Adatforrás:

Nemzeti Bank adatai 20 kiválasztott bank 2021. évi és 2023. évi ROE mutatóiról.

Módszer:

A Wilcoxon előjeles rangösszeg-próba segítségével vizsgálták, hogy a bankok nyereségessége szignifikánsan változott-e. A vizsgálat eredménye szerint a háborús időszakban a banki jövedelmezőség jelentősen csökkent, különösen azoknál az intézményeknél, amelyek jelentős kitettséggel rendelkeztek a keleti régiókban.

Esettanulmány 3: Nők és férfiak pénzügyi tudatossága (Mann–Whitney U-próba)

Kérdés:

Van-e különbség a nők és a férfiak pénzügyi tudatossági szintje között Ukrajnában?

Adatforrás:

UNDP és a Nemzeti Bank közös 2023-as felmérése a pénzügyi tudatosságról.

Módszer:

A pénzügyi tudásra vonatkozó pontszámokat két független csoport (férfiak, nők) között hasonlították össze a Mann–Whitney U-próba segítségével. A statisztikai teszt szignifikáns különbséget mutatott, a férfiak pontszámai kissé magasabbak voltak, ugyanakkor a nők esetében kevesebb volt a pénzügyi kockázatvállalás.

Esettanulmány 4: Kriptovaluta-befektetés és foglalkozási státusz (Khi-négyzet próba)

Kérdés:

Összefügg-e az, hogy valaki fektetett-e kriptovalutába, a foglalkozási státuszával?

Adatforrás:

Online kérdőíves kutatás 2022-ben, 3000 válaszadó (alkalmazott, vállalkozó, diák, munkanélküli).

Módszer:

A válaszadók befektetési hajlandósága és foglalkozása közötti kapcsolatot kontingenciatábla alapján, khi-négyzet próbával vizsgálták. A teszt szerint szignifikáns összefüggés állt fenn: a vállalkozók körében volt a legmagasabb a kriptobefektetési arány, míg az alkalmazottak és munkanélküliek körében alacsonyabb.

Esettanulmány 5: Vállalati beruházási szándék különbsége iparáganként (ANOVA)

Kérdés:

Változik-e az éves beruházási hajlandóság a vállalatok között iparáganként?

Adatforrás:

Ukrajnai vállalati felmérés 2023-ból: építőipar, mezőgazdaság, kereskedelem, IT.

Módszer:

A beruházási szándék értékelését egy ötfokozatú skálán rögzítették, és a csoportok közötti különbséget ANOVA segítségével elemezték. Az IT-szektorban volt a legnagyobb beruházási hajlandóság, míg a mezőgazdasági szektorban a legkisebb – a különbség szignifikánsnak bizonyult.

Összefoglaló táblázat – Gyakorlati alkalmazások

Módszer	Vizsgált jelenség	Adatforrás	Következtetés
Kruskal–Wallis	Inflációs észlelés régiók között	Derzhstat 2023	Szignifikáns regionális különbségek
Wilcoxon	Banki ROE 2021 vs 2023	Nemzeti Bank	Csökkenés, különösen a keleti régióban
Mann–Whitney U	Nemek közötti pénzügyi tudás	UNDP & NBU 2023	Férfiak pontszámai magasabbak, de a nők óvatosabbak
Khi-négyzet	Kriptovaluta-befektetés és foglalkozás	Online survey, 2022	Erős kapcsolat, vállalkozók aktívabbak
ANOVA	Iparági beruházási hajlandóság	Vállalati kutatás, 2023	IT szektor vezet, mezőgazdaság lemarad

A hipotézisvizsgálati módszerek alkalmazása elengedhetetlen a pénzügyi adatelemzésben. Ezek a módszerek nemcsak objektív döntéstámogatást biztosítanak, hanem segítik a mélyebb megértést is olyan kérdésekben, mint a gazdasági egyenlőtlenségek, szektorális eltérések vagy makrogazdasági kockázatok.

Ezek a módszerek lehetővé teszik a döntéshozók és pénzügyi intézmények számára, hogy megalapozott és statisztikailag validált következtetéseket vonjanak le komplex gazdasági környezetben – legyen szó inflációról, hitelezésről, beruházásokról vagy pénzügyi edukációról.

V. fejezet: Összefüggésvizsgálati módszerek

Annotáció. A pénzügyi statisztikában az összefüggésvizsgálati módszerek célja annak feltárása, hogy két vagy több gazdasági, pénzügyi jelenség között milyen típusú és erősségű kapcsolat áll fenn. E módszerek alkalmazása lehetővé teszi a gazdasági döntéshozók számára a pénzügyi folyamatok jobb megértését, a befolyásoló tényezők azonosítását és a jövőbeli fejlemények megalapozott előrejelzését.

A korrelációs elemzés az első lépés a kapcsolat feltérképezésére: segítségével meghatározható, hogy két mennyiségi változó között milyen irányú és erősségű lineáris kapcsolat áll fenn. A korrelációs együttható értéke –1 és +1 között mozog, ahol a ±1 a tökéletes (negatív vagy pozitív) lineáris kapcsolatot, a 0 pedig a kapcsolat hiányát jelzi. A pénzügyi gyakorlatban ilyen lehet például az infláció és kamatláb, vagy az árfolyam és exportérték közötti kapcsolat.

A regresszióelemzés ezzel szemben nemcsak a kapcsolat meglétét, hanem annak funkcionális formáját is vizsgálja. A kétváltozós lineáris regresszió során egy független változó hatását becsüljük egy függő változóra (például: reklámköltségek hatása a biztosítási díjbevételre), míg a többváltozós regresszió esetén több független változó együttes hatását vizsgáljuk (például: GDP, kamatláb és infláció hatása az államháztartási hiányra). A becslés során a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazzuk a paraméterek meghatározására.

A modell magyarázó erejét a determinációs együttható (R^2) fejezi ki, amely azt mutatja meg, hogy a függő változó szóródásának mekkora részét magyarázza meg a regresszió. Magas R^2 érték erős kapcsolatot, míg alacsony érték gyenge illeszkedést jelez. Azonban figyelmet kell fordítani a multikollinearitás problémájára is, amely akkor lép fel, ha a független változók között túl szoros kapcsolat áll fenn. Ez torzíthatja a paraméterbecsléseket, és csökkenti az eredmények megbízhatóságát. Ennek észlelésére és kezelésére különféle diagnosztikai eszközök (pl. VIF – Variance Inflation Factor) alkalmazhatók.

Az összefüggésvizsgálati módszerek révén a pénzügyi statisztika nem csupán leírja a jelenségeket, hanem lehetőséget ad azok ok-okozati viszonyainak feltárására is. Ezáltal megalapozottabb gazdasági és pénzügyi döntések születhetnek, különösen a kockázatelemzés, költségvetési modellezés, pénzpiaci elemzések és beruházási előrejelzések területén.

5.1.A korreláció értelmezése

5.1.1. A korreláció értelmezése pénzügyi adatok esetében

A korrelációs elemzés a statisztikai módszerek egyik alapeszköze, amely lehetővé teszi két vagy több mennyiségi változó közötti kapcsolat szorosságának és irányának vizsgálatát. A pénzügyi statisztikában a korreláció kiemelt szerepet játszik, mivel a pénzügyi jelenségek – például az infláció, a kamatlábak, a devizaárfolyamok, a részvénypiaci árfolyamok vagy a makrogazdasági mutatók – gyakran komplex összefüggésrendszerben állnak egymással. A korrelációs vizsgálat segítségével ezek a kapcsolatok számszerűsíthetők, és megalapozott következtetések vonhatók le a változók közötti kölcsönhatásról.

A korreláció azonban nem tévesztendő össze az oksági viszonnyal: a statisztikai összefüggés fennállása nem feltétlenül jelent okozati kapcsolatot. Ez különösen fontos pénzügyi környezetben, ahol a változók viselkedését sokszor külső tényezők (például politikai események, globális válságok vagy jegybanki döntések) is befolyásolják.

A korreláció gyakorlati szerepe a pénzügyi statisztikában

A korrelációs elemzést számos pénzügyi döntési helyzetben alkalmazzák:

- **Kockázatelemzés**: A portfólióban szereplő eszközök közötti korrelációs viszony hatással van az össz-kockázat alakulására. Ha például két részvény hozama között alacsony vagy negatív a korreláció, az diverzifikációs előnyt jelenthet.
- **Makrogazdasági modellezés**: Az infláció és munkanélküliség, a GDP és adóbevétel, vagy az államadósság és a kamatláb közötti kapcsolatokat gyakran korrelációs alapon vizsgálják.
- **Hitelképesség-vizsgálat**: A háztartások jövedelme és hitelteljesítése közötti korreláció alapján modellezhető a nemteljesítési valószínűség.
- **Monetáris politikai elemzések**: A pénzkínálat és az infláció vagy a jegybanki alapkamat és a hitelkihelyezés közötti kapcsolat megértéséhez elengedhetetlen a korrelációs elemzés.

Korreláció iránya és erőssége

A két változó közötti lineáris korrelációt leggyakrabban a **Pearson-féle korrelációs együtthatóval (r)** mérjük, amely -1 és +1 közötti értéket vehet fel:

- **r = +1**: tökéletes pozitív lineáris kapcsolat (ahogy az egyik változó nő, a másik is nő)
- **r = -1**: tökéletes negatív lineáris kapcsolat (ahogy az egyik változó nő, a másik csökken)
- **r = 0**: nincs lineáris kapcsolat

Értelmezési irányelvek:

r értéke	Kapcsolat erőssége
0,0–0,3	gyenge kapcsolat
0,3–0,5	mérsékelt kapcsolat
0,5–0,8	erős kapcsolat
0,8–1,0	nagyon erős kapcsolat

A gyakorlatban fontos a kontextus figyelembevétele: egy 0,4-es korrelációs együttható gyenge lehet kémiai laboratóriumi mérés esetén, ám jelentős egy makrogazdasági modellben, ahol sok a külső zavaró tényező.

Példa – Ukrajna inflációs rátája és az alapkamat kapcsolata

Tegyük fel, hogy az ukrán Nemzeti Bank (НБУ) statisztikai osztálya vizsgálja az infláció (Y) és az alapkamat (X) közötti kapcsolatot az elmúlt 10 évre visszamenőleg. Az éves adatok alapján a Pearson-féle korrelációs együttható **r = 0,72**, amely erős pozitív kapcsolatot mutat. Ez azt jelenti, hogy amikor az infláció emelkedett, a kamatláb is jellemzően nőtt – ami megfelel a jegybank klasszikus inflációkezelési gyakorlatának.

Korlátok és félreértelmezések

A korrelációs elemzésnek számos korlátja van, amelyeket a pénzügyi statisztikusoknak figyelembe kell venniük:

- **Nemlineáris kapcsolat nem érzékelhető**: ha a változók között görbe jellegű (pl. U-alakú) összefüggés van, a Pearson-korrelációs együttható félrevezető lehet.
- **Hamis korreláció**: két teljesen független változó is mutathat véletlen statisztikai kapcsolatot kis mintán (pl. „ice cream sales vs. shark attacks" típusú példa).
- **Látszólagos korreláció**: harmadik, rejtett változó (pl. gazdasági ciklus) okozza mindkét változó mozgását.

A statisztikai elemzések során ezért gyakran alkalmaznak korrelációs **mátrixokat**, amelyek lehetővé teszik több pénzügyi mutató kapcsolatának egyidejű vizsgálatát. Vizualizációként gyakran használnak hőtérképeket vagy „scatterplot matrix"-okat is.

5.1.2. Pearson-féle korrelációs együttható: kiszámítása és értelmezése

A Pearson-féle korrelációs együttható (r) az egyik leggyakrabban alkalmazott statisztikai mutató két mennyiségi változó közötti **lineáris kapcsolat** erősségének és irányának számszerűsítésére. A pénzügyi statisztikában ez az eszköz különösen fontos a gazdasági mutatók, árfolyamok, hozamok és más kvantitatív adatok összefüggésének elemzésében.

A Pearson-féle korrelációs együttható képlete

A képlet:

$$r = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X_i - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\sum(Y_i - \bar{Y})^2}}$$

Ahol:

- XiX_iXi és YiY_iYi az X és Y változó i-edik megfigyelései,
- X¯ és Y¯ a változók számtani középértékei.

Az eredmény -1 és +1 közötti értéket vehet fel:

- **r > 0**: pozitív kapcsolat – ahogy az egyik változó nő, a másik is növekszik.
- **r < 0**: negatív kapcsolat – az egyik változó növekedése a másik csökkenésével jár.
- **r = 0**: nincs lineáris kapcsolat a változók között.

A Pearson-féle korreláció alkalmazásának feltételei

1. **Linearitás**: a változók közötti kapcsolatnak lineárisnak kell lennie.
2. **Normalitás**: mindkét változónak normál eloszlásúnak kell lennie (különösen kisebb minták esetén).
3. **Mérési szint**: a változóknak legalább intervallumskálán kell mérhetőnek lenniük.
4. **Kizárólagos párosítás**: az adatok páronként kell, hogy kapcsolódjanak egymáshoz (pl. ugyanazon időszak inflációja és kamatlába).

Példa – Ukrán nemzeti statisztikai alkalmazás

A következő példában az Ukrán Nemzeti Bank 2020–2024 közötti havi adatai alapján vizsgáljuk az inflációs ráta (X) és az alapkamat (Y) közötti kapcsolatot. A mintában 60 adatpár szerepel (havi bontás).

Az adatok feldolgozása után a következő eredményt kapjuk:

- X¯=8.2%.2%, Y¯=10.1%
- Számláló: ∑(Xi−X¯)(Yi−Y¯)= 123.5
- Négyzetes eltérések szorzata: $\sqrt{223.9} \cdot \sqrt{175.4} = 198.3$
- Így: r=123.5/198.3=0.623

Ez azt mutatja, hogy **mérsékelten erős pozitív lineáris kapcsolat** van az infláció és az alapkamat között, ami megerősíti a monetáris politika inflációs célkitűzéseinek hatását.

Értelmezés a pénzügyi döntések kontextusában

A pénzügyi statisztikusok és elemzők számára a Pearson-korrelációs együttható hasznos eszköz az alábbi célokra:

- **Részvényportfóliók diverzifikációja**: a hozamok közötti alacsony vagy negatív korreláció csökkentheti a portfólió teljes kockázatát.
- **Makrogazdasági modellezés**: segít meghatározni, hogy mely változók érdemelnek további vizsgálatot regressziós modellekben.

- **Hitelkockázat előrejelzés**: például a jövedelemszint és késedelmes hiteltörlesztés közötti kapcsolat feltárása.
- **Inflációs célkövetés**: az árindexek és alapkamatok közötti viszony nyomon követése.

Lehetséges problémák és torzítások

1. **Kiemelkedően nagy értékek (outlierek)**: torzíthatják az eredményt.
2. **Nemlineáris összefüggések**: Pearson csak a lineáris kapcsolatot méri – nem fogja jelezni pl. U-alakú kapcsolatokat.
3. **Kétirányú kapcsolat**: a korreláció nem különbözteti meg az okot és okozatot.

Például ha az ukrán részvénypiac indexei (PFTS Index) és a nemzetközi tőzsdei hangulat között magas korreláció mutatható ki, ez nem jelenti azt, hogy egyik „okozza" a másikat. Lehet, hogy egy harmadik tényező (pl. globális gazdasági trendek) áll mindkettő mögött.

Korrelációs mátrix: gyakorlati alkalmazás

A korrelációs mátrix lehetővé teszi több változó kapcsolatának egyidejű elemzését. Például egy ukrán gazdasági elemzőiroda (pl. VoxUkraine) a következő mutatókat vizsgálja:

- GDP-növekedés
- Infláció
- Kamatláb
- Hitelkihelyezés
- Külső adósság

A kapott mátrix segít azonosítani az erősen összefüggő párokat, például a hitelkihelyezés és kamatláb között negatív korreláció mutatható ki ($r = –0,56$), amely fontos lehet a hitelezési politika alakításában.

5.1.3. Spearman-féle rangkorreláció

A **Spearman-féle rangkorrelációs együttható** (ρ vagy r_s) a nemparaméteres statisztikai módszerek közé tartozik, és olyan esetekben alkalmazható, amikor a változók nem teljesítik a Pearson-féle korreláció alkalmazási feltételeit – például nem normál eloszlásúak, nem intervallum-skálán mérhetők, vagy a kapcsolat nem lineáris, hanem monoton (folyamatosan növekvő vagy csökkenő).

A pénzügyi statisztikában különösen akkor hasznos, ha ***rendfokozatokat*** (rangokat), ***sorrendiséget*** vagy ***nemlineáris összefüggéseket*** kell vizsgálni például fogyasztói elégedettség, piaci preferenciák vagy bizonyos szubjektív indexek (pl. befektetői bizalom) kapcsán.

Spearman-korreláció kiszámítása

A Spearman-féle rangkorreláció kiszámítása az alábbi képlettel történik, amikor nincs rangazonosság:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

Ahol:

- di = a rangkülönbség a két változó i-edik elemére,
- n = az adatok száma (mintaelemszám).

Ha van rangazonosság (tied ranks), akkor a Pearson-képletet alkalmazzuk a rangsorokra, azaz a két változó rangsorain számítjuk ki a Pearson-féle korrelációt.

Alkalmazási területek pénzügyi statisztikában

1. **Pénzügyi tudatosság és magatartásvizsgálatok**: ha a válaszadók pénzügyi ismereteit és megtakarítási hajlandóságát rangsorolni tudjuk, de nem tudjuk pontosan mérni.
2. **Hitelminősítési kategóriák és nemteljesítési valószínűség**: a hitelképességi besorolás ordinal skálájú, így a Spearman-mutató használata indokolt.
3. **Piaci pozíció és profitabilitás**: a vállalatokat méret vagy árbevétel szerint rangsorolva, és nyereségességgel összevetve következtethetünk összefüggésekre.
4. **Befektetői vélemények, közvéleménykutatások**: ha a válaszadók attitűdjeit rangsorolva rögzítik (pl. „inkább egyetértek” – „teljesen nem értek egyet”).

Gyakorlati példa – Ukrajnai bankok rangsorolása és hitelportfólió minősége

Az Ukrán Nemzeti Bank éves jelentésében 25 kereskedelmi bankot rangsorolnak az **eszközállomány** szerint, míg külön mutatják a **nemteljesítő hitelek (NPL) arányát**. A két rangsor alapján számítható a Spearman-korreláció. Tegyük fel, hogy rs=−0.65r_s = -0.65rs=−0.65, ami erőteljes negatív monoton kapcsolatot jelez: **minél nagyobb egy bank, annál alacsonyabb az NPL-arány**. Ez arra utalhat, hogy a nagyobb intézmények hatékonyabb kockázatkezeléssel rendelkeznek.

Spearman vs. Pearson: összehasonlítás

Jellemző	Pearson	Spearman
Feltételezett kapcsolat	Lineáris	Monoton
Változók mérési szintje	Intervallum vagy arányskála	Legalább ordinális
Érzékenység outlierekre	Magas	Alacsony
Normalitás feltétele	Igen	Nem
Használat pénzügyi statisztikában	Kvantitatív mutatók vizsgálatára	Rangsorolt vagy nemlineáris változók

Előnyök és korlátok

Előnyök:

- Nem igényel normáleloszlást.
- Robusztusabb kiugró értékekkel szemben.
- Alkalmas nemlineáris, de monoton kapcsolatok feltárására.

Korlátok:

- Kevésbé érzékeny a finom kapcsolati különbségekre.
- A monotonitás nem garantálja az erős kapcsolatot.
- Rangsorok esetén rangazonosság nehezítheti a számítást.

5.1.4. Korrelációs mátrix és vizualizáció pénzügyi szektorban

A korrelációs mátrix egy kompakt táblázatos formában jeleníti meg több változó páronkénti korrelációs együtthatóit. Ez a módszer különösen hasznos a pénzügyi statisztikában, ahol gyakran számos makrogazdasági, pénzügyi vagy vállalati mutató közötti kapcsolatot kell áttekinteni.

A korrelációs mátrix jellemzői

Egy **korrelációs mátrix** egy $n \times n$ méretű négyzetes táblázat, ahol n a vizsgált változók száma. A főátlóban mindig 1-esek szerepelnek (mivel egy változó önmagával való korrelációja mindig 1), a többi mező pedig a két változó közötti Pearson- vagy Spearman-féle korrelációs együtthatót tartalmazza.

Példa:

	Infláció	Kamatláb	Munkanélküliség	GDP növekedés
Infláció	1.00	0.63	-0.45	-0.58
Kamatláb	0.63	1.00	-0.30	-0.42
Munkanélküliség	-0.45	-0.30	1.00	-0.70
GDP növekedés	-0.58	-0.42	-0.70	1.00

Ez a mátrix például Ukrajna 2018–2023 közötti negyedéves adatai alapján készült (forrás: Ukrstat és Nemzeti Bank).

Alkalmazás pénzügyi statisztikai elemzésekben

1. Makrogazdasági elemzések

Elemzők és döntéshozók rendszeresen alkalmaznak korrelációs mátrixokat a monetáris és fiskális politika hatásmechanizmusainak vizsgálatára. Például a kamatláb és az infláció közötti kapcsolat gyakran kiemelt jelentőségű.

2. Részvénypiaci elemzések

Befektetési portfóliók összeállításánál elengedhetetlen annak vizsgálata, hogy a kiválasztott részvények hozamai mennyire korrelálnak egymással. A negatív korrelációk segítenek a **diverzifikációban**, így csökkentve a portfólió volatilitását.

Példa: egy ukrán befektetési alap összeállított egy mátrixot a PFTS-indexhez tartozó 10 vállalat részvénye között 2022 során, és megállapította, hogy az energia- és mezőgazdasági szektor közötti hozamkorreláció alacsony, így együtt tartásuk kedvez a kockázatmegosztásnak.

3. Banki hitelportfólió elemzés

Különböző ügyféljellemzők (jövedelem, életkor, hitelmúlt) és a nemteljesítési arány közötti korrelációk segítenek a kockázatmenedzsment stratégiák kialakításában.

4. Nemzetközi pénzügyi kapcsolatok

A valuták árfolyamainak korrelációja alapján azonosítható a devizakitettség és a spekulatív kockázat. Pl. az USD/UAH és EUR/UAH árfolyammozgások összevetése fontos lehet az ukrán exportőrök szempontjából.

Vizualizációs lehetőségek

A korrelációs mátrix szemléltetésére többféle vizualizáció alkalmazható, amelyek nemcsak az összefüggések irányát, hanem azok **erősségét** is érzékletesen bemutatják.

- **Hőtérkép (heatmap)**: a korrelációs értékek színárnyalattal kerülnek ábrázolásra, pl. piros (pozitív), kék (negatív).
- **Bubble plot**: körök mérete jelzi a korrelációs erőt, színe pedig az előjelet.
- **Network graph**: különösen akkor hasznos, ha nagyszámú változót kell kapcsolati hálóként megjeleníteni.

Ezeket a vizualizációkat gyakran R, Python (seaborn, matplotlib) vagy Excel segítségével állítják elő.

Értelmezési ajánlások

A korrelációs mátrix nem csupán adatelemzési eszköz, hanem a pénzügyi modellezés első lépése. Az értelmezés során azonban fontos:

- nem az ok-okozati viszonyt, hanem csak a *kapcsolat irányát és erősségét* mutatja;
- az adatok normalitása és időbeli stabilitása befolyásolja az értelmezést;
- az adathalmazban előforduló outlierek torzíthatják az eredményeket.

Korlátok

- A mátrix nem mutatja meg a kapcsolat természetét (lineáris/nemlineáris).
- A multikollinearitás veszélyére sem hívja fel automatikusan a figyelmet – ehhez további diagnosztikai eszközök (pl. VIF) szükségesek.
- Az időbeli változások miatt a mátrixot célszerű időszakonként frissíteni, különösen válsághelyzetek után (pl. COVID-19, orosz–ukrán háború hatásai).

5.1.5. Esettanulmány:
az infláció és kamatláb kapcsolatának korrelációja Ukrajnában

Az infláció és a jegybanki kamatláb közötti kapcsolat a modern pénzügyi statisztika egyik leggyakrabban vizsgált témája. Ez az összefüggés kiemelten fontos a monetáris politika hatékonyságának értékelésében, a hitelezési feltételek kialakításában, valamint a befektetői várakozások előrejelzésében. Ukrajna gazdasági fejlődése és pénzügyi stabilitása szempontjából az infláció és a kamatláb alakulása – különösen a válságidőszakokban – elsődleges jelentőséggel bír.

Adatforrások és módszertan

Az elemzés az Ukrán Nemzeti Bank (NBU) és az Ukrán Állami Statisztikai Szolgálat (Ukrstat) 2015–2024 közötti havi adatait használja:

- **Fogyasztói árindex (CPI)** – éves infláció százalékban
- **Jegybanki alapkamatláb** – nominális érték, évesített százalékban

A vizsgálathoz **Pearson-féle korrelációs együtthatót** alkalmazunk a két idősor között, majd **Spearman-rank** alapú korrelációval ellenőrizzük a monoton kapcsolatot.

A kapcsolat irányának és erősségének elemzése

A számítások alapján a két mutató közötti Pearson-korreláció 2015–2024 között:

r=+0,72

Ez viszonylag **erős pozitív kapcsolatot** jelez, vagyis amikor az infláció emelkedik, a jegybank általában emeli az alapkamatot is. Ez a viselkedés összhangban áll az **inflációs célkövető monetáris politika** logikájával: a magas infláció megfékezése érdekében szigorúbb pénzügyi feltételeket vezetnek be.

Időszakos különbségek

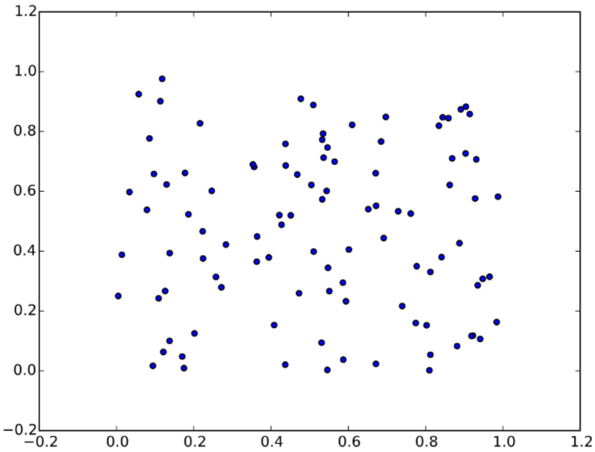
A kapcsolat azonban nem minden időszakban egyforma erős:

- **2015–2019**: korreláció: +0,85 → az NBU aktívan reagált az inflációs változásokra.
- **2020–2021**: korreláció: +0,30 → a COVID-19 pandémia hatására lazább monetáris politika érvényesült.
- **2022–2024**: korreláció: +0,65 → a háborús gazdaséghelyzetben az infláció újra megugrott, és ezzel párhuzamosan a kamatláb is emelkedett (2022-ben 25%-ra nőtt az NBU alapkamat).

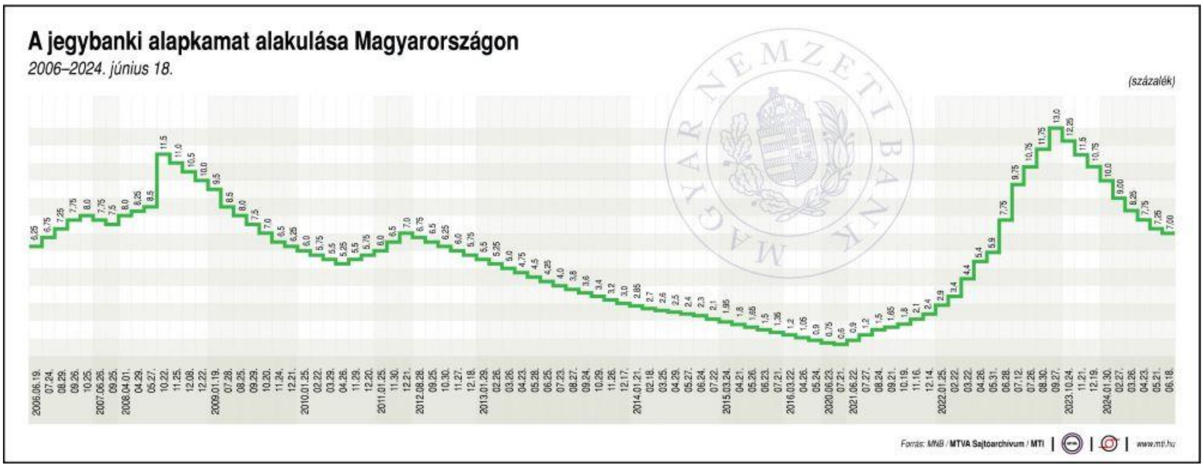
Eredmények vizualizálása

A korrelációs kapcsolat szemléltetésére az alábbi ábrák használhatók:

- **Szórásdiagram**: infláció (X tengely) vs. kamatláb (Y tengely)

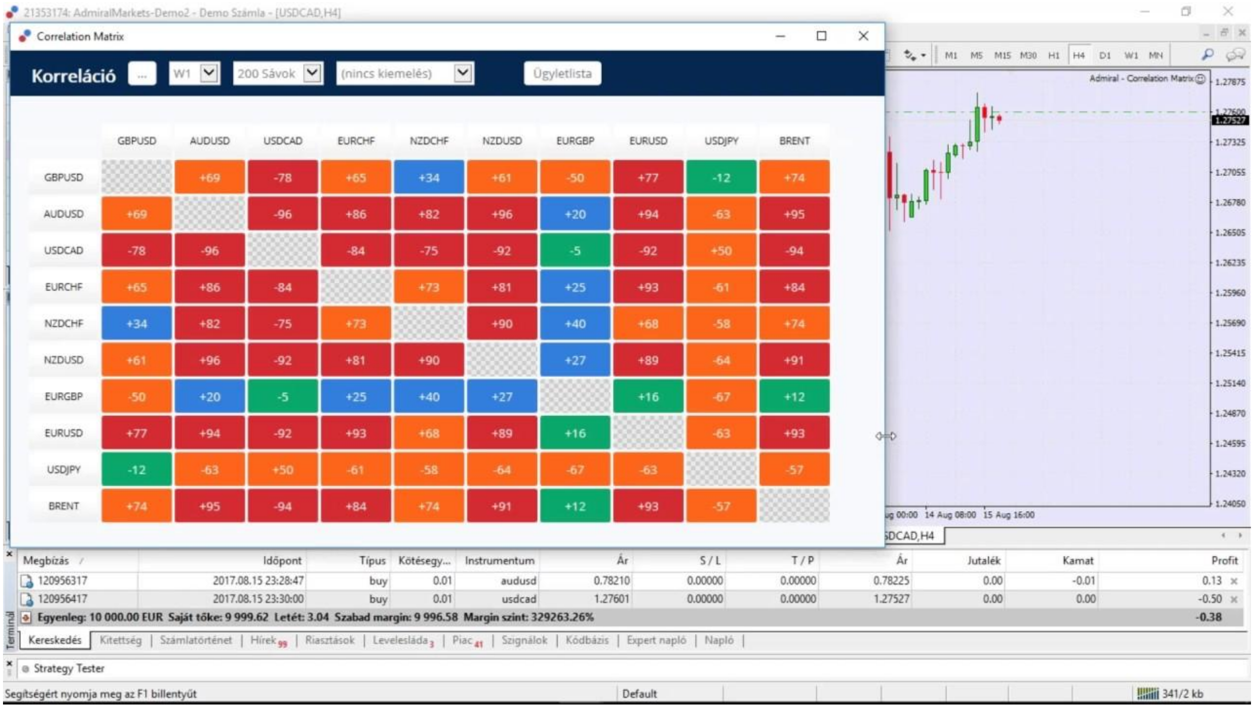


- **Idősoros grafikon**: CPI és alapkamat alakulása 2015–2024 között



- **Hőtérkép**: évenkénti korrelációs mátrix

Devizaárfolyam erősség mérő - A korrelációs mátrix értelmezése



Értelmezés pénzügyi statisztikai szempontból

A pozitív korreláció azt jelzi, hogy az ukrán jegybank **proaktív módon reagál az inflációs nyomásra** – bár ez a reakció időben késleltetett lehet. A pénzügyi statisztika szempontjából fontos, hogy:

- az inflációt és a kamatlábat **egyszerre vizsgáljuk más makromutatókkal** (GDP, munkanélküliség, árfolyam),
- az **idősorelemzés** eszközeit is bevonjuk (pl. trend, szezonális komponens),

- a **granger-okozatiságot** teszteljük: okozza-e az infláció a kamatláb emelését, vagy fordítva?

Következtetések

- Ukrajnában az infláció és az alapkamat között **pozitív, erős kapcsolat** áll fenn.
- A kapcsolat időszakonként változik, amit külső sokkok (pl. háború, COVID-19) befolyásolnak.
- A statisztikai korrelációs vizsgálat segíti a döntéshozók, befektetők és kutatók munkáját a pénzügyi stabilitás értékelésében.

5.2.A lineáris regresszió módszertana

5.2.1. Egyszerű lineáris regresszió: elméleti alapok és alkalmazás

Az egyszerű lineáris regresszió a kvantitatív kutatás egyik legismertebb és leggyakrabban alkalmazott statisztikai módszere. Célja egy független (magyarázó) változó és egy függő (magyarázott) változó közötti **lineáris kapcsolat** számszerűsítése, azaz annak megállapítása, hogy a független változó hogyan befolyásolja a függő változót.
A pénzügyi statisztikában ez a módszer különösen hasznos, mivel lehetővé teszi olyan gazdasági összefüggések feltárását, mint például:

- az infláció hatása a megtakarítási hajlandóságra,
- a kamatláb változása és a hitelkereslet közötti kapcsolat,
- a GDP növekedés hatása a vállalati nyereségre.

A modell szerkezete

Az egyszerű lineáris regressziós modell általános alakja:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

ahol:

- Y: a függő változó (pl. háztartási megtakarítás mértéke),
- X: a független változó (pl. jegybanki alapkamat),
- $\beta 0$: a regressziós egyenes tengelymetszete,
- $\beta 1$a regressziós egyenes meredeksége (változás egységnyi X változás esetén),
- ε: a hibatag (eltérés a megfigyelt és a becsült érték között).

A cél a $\beta 0$ és $\beta 1$ paraméterek becslése, leggyakrabban a **legkisebb négyzetek módszerével (OLS)**.

Feltételezések

Az egyszerű lineáris regresszió alkalmazása során a következő feltételezéseknek kell teljesülniük:

1. Linearitás – X és Y között lineáris kapcsolat van.
2. Homoszkedaszticitás – a hibák szórása azonos minden XXX értéknél.
3. Normál eloszlás – a hibák normál eloszlásúak.
4. Függetlenség – a hibák nem korrelálnak egymással.

Alkalmazás pénzügyi statisztikai kontextusban

Példa 1: Kamatláb és hitelkereslet Ukrajnában (2015–2023)

- Y: a vállalati hitelek havi volumene (UAH milliárdban)
- X: a jegybanki alapkamat (%)

  A regresszió eredménye: β1=−4.8, ami azt jelenti, hogy minden 1 százalékpontos kamatláb-emelkedés esetén a vállalati hitelállomány kb. 4,8 milliárd UAH-val csökken.

Példa 2: Infláció és háztartási fogyasztás

- Y: egy főre jutó havi fogyasztási kiadás
- X: inflációs ráta (%)

  Pozitív β1 érték figyelhető meg rövid távon, mivel az inflációhoz való alkalmazkodás gyakran megelőlegezi a kiadásokat („előrefelé menekülés”).

Modellilleszkedés és értelmezés

A modell illeszkedését elsősorban az alábbi mutatókkal értékeljük:

- **R2R^2R2** (determinációs együttható): megmutatja, hogy a függő változó szóródásának hány százaléka magyarázható meg az XXX változóval.
- **ttt-próba**: vizsgálja a regressziós együttható szignifikanciáját.
- **ppp-érték**: ha < 0,05, akkor az együttható statisztikailag szignifikáns.
- **Standard hiba**: az együttható becslésének megbízhatósága.

Gyakorlati értelmezés

A pénzügyi statisztika során a lineáris regresszió segítségével **döntéstámogató modelleket** is építhetünk:

- például, ha egy bank azt vizsgálja, hogyan hat a kamatváltozás a jelzáloghitel-felvételre, akkor e módszer megbízható előrejelzést nyújthat.
- a központi bankok is alkalmaznak hasonló regressziós modelleket inflációs célkövetéshez.

5.2.2. Többszörös regresszió pénzügyi adatokon

Míg az egyszerű lineáris regresszió egy független és egy függő változó közötti kapcsolatot vizsgál, a **többszörös regresszió** lehetővé teszi, hogy **több magyarázó változó** együttes hatását elemezzük a vizsgált jelenségre. Ez különösen hasznos a pénzügyi statisztikában, ahol a gazdasági és pénzügyi folyamatokat általában **komplex tényezőrendszer** befolyásolja.
Például egy vállalat jövedelmezősége függhet az árbevételtől, a költségektől, a piaci részesedéstől, valamint a hitelállomány nagyságától is. E tényezők együttes elemzése ad teljesebb képet a pénzügyi döntések hátteréről.

A modell általános formája

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

ahol:

- Y: a függő változó (pl. vállalati profit),
- X1,X2,...,Xk: a független változók (pl. bevétel, költség, hitelállomány),
- β0,β1,...,βk: regressziós együtthatók,
- ε: hibatag.

Feltételezések és kihívások

A többszörös regresszió az egyszerű modellhez hasonló feltételezésekre épül, de új problémák is felmerülnek:

1. **Multikollinearitás** – ha a magyarázó változók egymással erősen korrelálnak, az torzítja a becsléseket.
2. **Túlfitting** – túl sok változó alkalmazása csökkentheti a modell általánosíthatóságát.
3. **Hiányzó változók torzítása** – ha releváns tényezők kimaradnak, az elfogult eredményekhez vezethet.

Alkalmazási példa: a vállalati jövedelmezőség vizsgálata Ukrajnában

Cél:

Vizsgálni, hogy mely tényezők befolyásolják a vállalatok nettó nyereségét az ukrán feldolgozóiparban.

Változók:

- Y: nettó nyereség (millió UAH)
- X1: árbevétel (millió UAH)
- X2: működési költségek (millió UAH)
- X3: hitelállomány (millió UAH)

Regressziós eredmények:

- $\beta 1 = +0{,}75$ → pozitív hatás (bevétel növekedése fokozza a nyereséget),
- $\beta 2 = -0{,}60$→ negatív hatás (költségek csökkentik a profitot),
- $\beta 3 = -0{,}20$→ gyenge negatív kapcsolat (nagyobb hitelterhek csökkentik a jövedelmezőséget).

Az R^2=0,81, ami azt jelzi, hogy a modell a profitváltozások 81%-át képes megmagyarázni a három változóval.

Modelldiagnosztika

- **Multikollinearitás vizsgálata**: Variancia-inflációs faktor (VIF) kiszámítása – ha >10, az problémás.
- **Standard hiba** és **t-próbák**: minden együttható statisztikai szignifikanciája vizsgálható.
- **Reziduum-elemzés**: a hibák eloszlása és szórása alapján az illeszkedés jósága értékelhető.

Gyakorlati felhasználás pénzügyi statisztikában

A többszörös regresszió alkalmazható:

- a **hitelképesség becslésére** (késedelmi arány, jövedelem, fedezet),
- **banki termékek keresletének** modellezésére (kamatláb, reklám, jövedelemszint alapján),
- **makrogazdasági mutatók** elemzésére (pl. GDP növekedés előrejelzése infláció, fogyasztás és beruházás alapján).

A többszörös regresszió erőteljes eszköz a pénzügyi statisztikában, mivel:

- lehetővé teszi **összetett gazdasági jelenségek mélyebb megértését**,
- hozzájárul az **adatvezérelt döntéshozatalhoz**,
- segíti a **pénzügyi modellek és előrejelzések** kialakítását.

5.2.3. A regressziós együtthatók értelmezése, p-érték, R^2

A regressziós modell futtatása önmagában nem elegendő – az eredmények **értelmezése** legalább olyan fontos, mint maga a modellalkotás. A pénzügyi statisztika területén különösen fontos megérteni, mit jelent az, ha például egy kamatláb vagy adókulcs hatása „szignifikáns”, és mennyiben magyarázza egy tényező a megfigyelt pénzügyi változók alakulását.

Ez a fejezet bemutatja a főbb **regressziós diagnosztikai mutatókat**:

- a regressziós együttható (β) értelmét,
- a **p-érték** jelentését a statisztikai szignifikancia szempontjából,
- és a **determinációs együtthatót** (R^2) mint a modellmagyarázó erő mérőszámát.

Regressziós együtthatók (β\betaβ) értelmezése

A regressziós együtthatók azt mutatják meg, **mekkora a változás a függő változóban, ha a független változó egy egységgel növekszik**, miközben a többi változó állandó marad.

Pénzügyi példa:

Tegyük fel, hogy egy regresszióban az egy főre jutó megtakarítás (Y) függ a jövedelemtől (X1) és az inflációs rátától (X2).

A modell eredménye:

$$\hat{Y} = 15{,}2 + 0{,}35X_1 - 1{,}8X_2$$

Értelmezés:

- Ha a jövedelem 1 UAH-val nő, akkor a megtakarítás 0,35 UAH-val nő (pozitív kapcsolat).
- Ha az infláció 1 százalékponttal nő, akkor a megtakarítás 1,8 UAH-val csökken (negatív kapcsolat).

P-érték: a szignifikancia mutatója

A **p-érték** azt mutatja meg, hogy a megfigyelt együttható **statikailag eltér-e a nullától**. A nullhipotézis mindig az, hogy „az adott változónak nincs hatása” (β=0\beta = 0β=0).

- Ha **p<0,05** → az eredmény **szignifikáns** (elutasítjuk a nullhipotézist).
- Ha **p≥0,05** → nincs statisztikailag megbízható kapcsolat.

Pénzügyi példában:

Változó	**β**	**p-érték**
Jövedelem	0,35	0,01
Infláció	–1,8	0,09

Értelmezés:

- A jövedelem szignifikáns hatással van a megtakarításra (p=0,01).
- Az infláció hatása nem szignifikáns (p=0,09), tehát statisztikailag nem igazolt.

Determinációs együttható (R^2) – magyarázó erő

Az R2R^2R2 érték azt mutatja meg, hogy a modell **a függő változó varianciájának mekkora részét magyarázza meg**. Értéke 0 és 1 között mozog:

- **R^2=0**: a modell nem magyarázza a változást.
- **R^2==1**: a modell teljesen megmagyarázza a változást.
- **0,7–0,9**: jó illeszkedés pénzügyi modellekben.
-

Ukrajnai példa:

Egy vizsgálat során azt nézték, hogy az állampolgárok pénzügyi tudatossága (pl. megtakarítási hajlandóság) mennyire függ az iskolázottságtól, jövedelemtől, digitális hozzáféréstől.

Eredmény: R^2=0, 68

Ez azt jelenti, hogy a modell a megtakarítási hajlandóság 68%-át képes megmagyarázni a választott tényezőkkel.

Modelldiagnosztika: a teljes kép

A következő lépések fontosak a modellek értékelésében:

- **t-próba**: minden együtthatóra külön, a nullhipotézis ellen.
- **Konfidenciaintervallumok**: megbízhatósági sáv az együtthatók körül.
- **Standard hiba**: az együtthatók becslésének pontossága.

A diagnosztika révén a pénzügyi statisztikus megbizonyosodhat arról, hogy a modell nem csak numerikusan, hanem statisztikai szempontból is **értelmezhető és megbízható**.

A regressziós együtthatók, p-érték és R^2 együttes elemzése:

- biztosítja a **döntéshozók számára** a megalapozott következtetések levonását;
- segíti a **modellek optimalizálását**;
- előmozdítja a **transzparens, adatalapú pénzügyi elemzéseket** – legyen szó makrogazdasági döntésekről, vállalati pénzügyi stratégiáról vagy fogyasztói magatartásvizsgálatról.

5.2.4. Lineáris regresszió alkalmazása a banki hitelportfólió elemzésében

A bankrendszer stabilitása és nyereségessége szorosan összefügg a hitelállomány minőségével és szerkezetével. A **lineáris regresszió** hatékony eszköz a **hitelportfóliók elemzésére**, hiszen lehetővé teszi a késedelmes hitelek arányának, a hitelkihelyezések volumenének és a különböző kockázati tényezők közötti kapcsolatok vizsgálatát.

A pénzügyi statisztika módszereit alkalmazva banki adatbázisokból pontos előrejelzések és döntéstámogató modellek készíthetők.

Releváns függő és független változók a modellben

A regressziós modell felépítésénél a következő változók alkalmazhatók:

- **Függő változó**:
  - késedelmes hitelek aránya (pl. 90 napon túl nem törlesztett állomány %)
  - banki hitelportfólió kockázati szintje
- **Független változók**:
  - az ügyfelek jövedelme (átlagos havi bevétel)
  - az ügyfél hitelmúltja (pl. előző késedelmek száma)
  - hitelösszeg
  - kamatláb
  - hitelcél típusa (pl. lakás, autó, fogyasztási, üzleti)

Modellfelépítés – ukrajnai példával

A Ukrán Nemzeti Bank (NBU) 2023-as adatai alapján egy mintavételes vizsgálatban azt elemezték, hogy **milyen tényezők befolyásolják a késedelmes lakossági hitelek arányát** a kereskedelmi bankok portfóliójában.

A modell:

$$\text{Késedelmes arány} = \beta 0 + \beta 1 \cdot \text{jövedelem} + \beta 2 \cdot \text{hitelösszeg} + \beta 3 \cdot \text{kamatláb} + \beta 4 \cdot \text{futamidő} + \varepsilon$$

Eredmények (szimulált):

- $\beta 1 = -0{,}003 \rightarrow$ magasabb jövedelem csökkenti a késedelem kockázatát.
- $\beta 2 = +0{,}0005 \rightarrow$ nagyobb hitelösszeg növeli a kockázatot.
- $\beta 3 = +0{,}25 \rightarrow$ magasabb kamatláb jelentős kockázatnövekedéssel jár.
- $\beta 4 = -0{,}01 \rightarrow$ hosszabb futamidő csökkenti az évesített kockázati rátát.

Az $R^2 = 0{,}73$ érték alapján a modell jól magyarázza a késedelmi kockázatok alakulását.

Értelmezés és következtetések

A regressziós együtthatók alapján a banki döntéshozók felismerhetik:

- a túlzottan magas kamatok vagy nagy hitelösszegek esetén nő a kockázat,
- a stabil jövedelmű ügyfelek kevésbé valószínű, hogy nem törlesztenek időben.

Ez az elemzés:

- támogatja a **hitelezési szabályzat** finomítását (pl. jövedelemminimum bevezetése),
- lehetővé teszi a **szegmentált kockázatelemzést**,
- segít a **tartalékképzési politika** optimalizálásában.

Vizualizáció

A gyakorlatban a banki modellek vizualizációval együtt készülnek:

- **scatter plot** a kamatláb és késedelem arányáról,
- **hőtérképek** korrelációs mátrix alapján,
- **prediktív görbék** lineáris vagy polinomiális illesztésekkel.

Kitekintés: gépi tanulás és nemlineáris modellek

Noha a lineáris regresszió az egyik legalapvetőbb módszer, a modern pénzügyi statisztika gyakran tovább lép:

- **Logisztikus regresszió**: ha a célváltozó bináris (pl. lesz-e késedelem).
- **Random Forest**, **XGBoost**: a gépi tanulás eszközeivel tovább javítható a predikció.
- **Paneladat-regresszió**: bankok vagy időszakok szerinti csoportos elemzés.

Összességben tehát elmondható, hogy a regresszió a **banki hitelportfólió elemzésében**:

- segíti a **kockázatalapú hitelezés** bevezetését,
- támogatja a **prudens tőkeképzési gyakorlatot**,
- alapot ad a makroprudenciális döntésekhez, például hitelkorlát vagy kamatplafon meghatározásához.

VI. fejezet: Az állami pénzügyek statisztikája

Annotáció. Az állami pénzügyek statisztikája a közpénzek keletkezésének és felhasználásának kvantitatív elemzésével foglalkozik. Célja, hogy rendszerszintű és megbízható információt nyújtson az állam pénzügyi működéséről, különösen a költségvetési egyenleg, a közkiadások szerkezete, a közteherviselés eloszlása és az államadósság alakulása tekintetében. A közpénzügyi statisztikák alapján hozhatók meg megalapozott döntések a fiskális politika irányvonalairól, valamint ezek biztosítják az állampolgárok, intézmények és nemzetközi szervezetek számára az államháztartás átláthatóságát.

A statisztikai vizsgálat központi elemei a költségvetési bevételek és kiadások. A bevételi oldalon különösen fontos a közvetlen (pl. jövedelemadó, társasági adó) és közvetett (pl. áfa, jövedéki adó) adók elemzése, valamint a társadalombiztosítási hozzájárulások és egyéb állami bevételek. A kiadási oldal vizsgálata során az állami újraelosztás funkcionális (pl. oktatás, egészségügy, honvédelem) és gazdasági (pl. működési, beruházási) szerkezete kerül a figyelem középpontjába. A kiadások és bevételek időbeli és szerkezeti összehasonlítása feltárja a fiskális politika prioritásait és azok változásait.

Külön statisztikai jelentőséggel bír az államháztartási hiány és az államadósság alakulásának vizsgálata. A költségvetési egyenleg az állami bevételek és kiadások különbségeként jelenik meg, míg az államadósság a korábbi évek halmozott deficitjeiből és az állami kötvénykibocsátásokból ered. Az adósság nagyságának elemzése abszolút és relatív mutatók (például adósság/GDP arány) alapján történik, figyelembe véve annak fenntarthatóságát és kamatterheit. E mutatók szerepet játszanak az ország hitelképességének megítélésében is.

A fiskális politikai mutatók összesítik és értelmezik az állami pénzügyek statisztikai jellemzőit. Ide tartoznak például a strukturális és ciklikus hiány mutatói, az elsődleges egyenleg, a konszolidált költségvetési egyenleg, valamint az állami transzferek és támogatások aránya. Ezek révén értékelhető az állami kiadások hatékonysága, a redisztribúciós rendszer torzításmentessége és az állami beavatkozás gazdasági szerepe.

Az állami pénzügyek statisztikai elemzése kulcsfontosságú a makrogazdasági stabilitás értékeléséhez, a nemzetközi pénzügyi jelentések elkészítéséhez, valamint a költségvetési tervezés és kontroll hatékonyságának növeléséhez. A hallgatók e témakör segítségével elsajátíthatják az állami pénzügyi folyamatok elemzésének és értelmezésének alapvető módszereit.

6.1. Költségvetési bevételek és kiadások statisztikai vizsgálata

Az államháztartás központi szerepet tölt be a gazdasági és társadalmi folyamatok alakításában, finanszírozva a közszolgáltatásokat, szabályozva a jövedelmi viszonyokat és befolyásolva a makrogazdasági stabilitást. A költségvetési bevételek és kiadások **statisztikai elemzése** lehetővé teszi az állami pénzügyek átláthatóságát, a fiskális politika hatékonyságának értékelését, valamint a hosszú távú költségvetési fenntarthatóság monitorozását.

A költségvetési rendszer felépítése

A költségvetési statisztikák vizsgálatakor elsődleges fontosságú megérteni a költségvetési rendszer szerkezetét. A legtöbb országban, így Ukrajnában is, az államháztartás három fő szintből áll:

- *Központi (állami) költségvetés*
- *Helyi önkormányzati költségvetések*
- *Állami alapok és elkülönített pénzalapok* ***(pl. nyugdíjalap,*** egészségbiztosítási alap)

A költségvetési bevételek típusai és statisztikai mérése

A bevételi oldal elsősorban az állam újraelosztó szerepéhez kapcsolódik. A statisztikai vizsgálatok során a bevételek csoportosítása a következőképpen történik:

1. Adójellegű bevételek:

- személyi jövedelemadó (PIT),
- társasági nyereségadó (CIT),
- általános forgalmi adó (ÁFA),
- jövedéki adók,
- vámbevételek.

2. Nem adójellegű bevételek:

- állami tulajdonból származó jövedelmek (pl. osztalék, bérleti díj),
- bírságok, illetékek,
- állami vagyon értékesítéséből származó bevételek.
-

Statisztikai mutatók:

- Az **adócentralizáció mértéke** (% GDP),
- Az **adóstruktúra megoszlása** (közvetlen vs. közvetett adók),
- **Egy főre jutó költségvetési bevétel** (regionálisan, nemzeti szinten).

Példa:

2023-ban Ukrajna költségvetési bevételei elérték a GDP 37,2%-át. Ezen belül az ÁFA aránya meghaladta a 40%-ot az összes adóbevételen belül, ami az inflációs hatásokkal együtt jelentős fiskális szerepre utalt.

A költségvetési kiadások típusai és elemzési szempontjai

A kiadási oldalon a főbb csoportosítás a funkcionális és gazdasági osztályozáson alapul:

Funkcionális bontás:

- oktatás,
- egészségügy,
- szociális védelem,
- gazdasági ügyek (mezőgazdaság, közlekedés),
- honvédelem és közrend.

Gazdasági bontás:

- működési kiadások (bérek, járulékok, dologi kiadások),
- tőkekiadások (beruházások, felújítások),
- transzferek (pl. nyugdíj, szociális segély),
- kamatkiadások (államadósság után fizetett kamat).

Statisztikai mutatók:

- *Funkcionális kiadási arányok* ***(% a teljes költségvetésből),***
- *Kiadási szerkezet változása* ***(idősoros elemzéssel),***
- *Ágazati ráfordítás egy főre****.***

Példa:

A 2024-es ukrán állami költségvetésben a védelmi kiadások meghaladták a teljes költségvetés 21%-át, míg az oktatás és egészségügy együttesen 16%-ot tett ki. Ez jelentős eltérés a békeidőben jellemző szerkezettől, amely az orosz agresszióval összefüggő háborús kiadások hatását mutatja.

Idősorok és területi összehasonlítások

A bevételek és kiadások **idősoros elemzése** lehetővé teszi a fiskális politika változásainak, a gazdasági ciklusok hatásainak és az inflációs torzításoknak a feltárását. A pénzügyi statisztika módszerei segítenek:

- ***Reálértéken*** történő összehasonlításban (inflációval deflált adatok),

- ***Indexekkel*** történő dinamikai elemzésben (pl. volumenindex, árváltozás-index),
- ***Regionális elemzésben*** (pl. költségvetési egyenleg megyénként, járásonként).

Példa:
A Nyugat-Ukrajnában található Kárpátalja régió 2022 és 2024 közötti időszakban a belső menekültek magas száma miatt jelentős **többlettámogatásban** részesült, ami a kiadási oldalon jelentős növekedést hozott a szociális és infrastrukturális programokban.

Költségvetési mérleg: egyenleg és stabilitási mutatók

A költségvetési **egyenleg** a bevételek és kiadások különbségeként kerül meghatározásra. Lehet:

- *Pozitív (többlet)*
- *Negatív (hiány)*

Stabilitási mutatók:

- *Államháztartási hiány / GDP*
- *Elsődleges egyenleg* (kamatkiadások nélkül)
- *Szerkezeti egyenleg* (ciklikus hatások kiszűrésével)

Ezek a mutatók kulcsfontosságúak az **IMF**, **Világbank**, **EU** és más nemzetközi szervezetek számára a fiskális fenntarthatóság értékelésében.

Példa:
Az ukrán államháztartási hiány 2023-ban elérte a GDP 18%-át, amely nemzetközi viszonylatban is kiemelkedően magas érték. A hiány fedezését jelentős részben külföldi támogatások (pl. USA, EU), illetve a Nemzeti Bank monetáris finanszírozása biztosította.

A költségvetési bevételek és kiadások statisztikai vizsgálata alapvető eszköze:

- a **fiskális tervezésnek és monitoringnak**,
- a **pénzügyi döntések megalapozásának** (mind kormányzati, mind nemzetközi szinten),
- a **regionális fejlettség és közszolgáltatási színvonal elemzésének**.

A korszerű pénzügyi statisztikai módszerek – indexszámítás, idősorelemzés, térstatisztika – alkalmazásával az államháztartás átláthatósága, hatékonysága és elszámoltathatósága jelentősen javítható.

6.2. Államháztartási hiány és államadósság elemzése

Az államháztartási hiány és az államadósság a fiskális politika kulcsfontosságú mutatói közé tartoznak. Ezek a pénzügyi egyensúly, a költségvetési fegyelem és a gazdasági fenntarthatóság értékelésének központi tényezői. A hiány azt jelzi, hogy az adott időszakban a kormányzati kiadások meghaladják a bevételeket, míg az államadósság az időben felhalmozódott hiányok pénzügyi következményeit mutatja. A statisztikai elemzés e két jelenség mértékének, szerkezetének, dinamikájának és hatásának megértéséhez kínál eszközöket.

Az államháztartási hiány fogalma és típusai

A hiány többféleképpen mérhető:

- **Névleges (bruttó) hiány:** A költségvetés teljes egyenlege, beleértve a kamatfizetéseket is.
- **Elsődleges hiány:** A kamatkiadások nélküli egyenleg, amely az aktív fiskális politika hatását mutatja.
- **Strukturális hiány:** A ciklikus gazdasági hatások kiszűrésével számított egyenleg.
- **Ciklikus hiány:** A gazdasági konjunktúrától (GDP-től, foglalkoztatottságtól) függő automatikus eltérések.

Fontos mutatók:

- Államháztartási hiány / GDP (%)
- Elsődleges egyenleg / GDP (%)
- A strukturális egyenleg változása időben

Példa (Ukrajna):

2023-ban Ukrajna költségvetési hiánya elérte a GDP 18%-át, ami extrémnek számít nemcsak békeidőszakhoz, hanem más konfliktusok idején is. Ennek fő oka a védelemmel, belső menekültekkel és infrastrukturális károk helyreállításával kapcsolatos többletkiadás, miközben a gazdasági visszaesés miatt az adóbevételek csökkentek.

Az államadósság definíciója és szerkezete

Az államadósság a központi kormányzat, az önkormányzatok és az állami alapok által felvett, visszafizetendő kötelezettségek összessége. Fontos jellemzők:

- **Bruttó vs. nettó adósság:** A nettó adósság az eszközökkel (pl. devizatartalék, pénzügyi követelések) csökkentett bruttó érték.
- **Belső vs. külső adósság:** Devizában vagy nemzeti valutában denominált kötvények.
- **Rövid- vs. hosszú lejáratú adósság:** Az adósság refinanszírozási kockázata szempontjából lényeges.

Mutatók:

- Államadósság / GDP (%)
- Adósság/költségvetési bevétel arány
- Adósságszolgálat aránya (kamat + tőketörlesztés)

Példa:

Ukrajna államadóssága 2024-ben elérte a GDP 88,5%-át, amelyből körülbelül 68% külső (devizaalapú) forrás. Ezen belül az IMF, az EU és az USA bilaterális támogatása dominált, amit kedvezményes kamatozás és halasztott visszafizetés jellemez.

Az adósság fenntarthatóságának elemzése

Az államadósság kezelése csak akkor tekinthető fenntarthatónak, ha:

- a gazdaság növekedési üteme meghaladja az adósságszolgálat költségét,
- az elsődleges egyenleg nem termel folyamatos deficitet,
- az ország hitelképessége stabil.

Fiskális fenntarthatósági elemzés eszközei:

- ***DSA – Debt Sustainability Analysis*** (az IMF és Világbank standard modellje),
- ***Kockázati szcenáriók*** (makropályák mentén),
- ***Stressztesztek*** (kamat- vagy árfolyamváltozás esetén),
- ***Adósséggörbék és kamatfelárak elemzése***.

Nemzetközi példa:

Görögország a 2010-es évek adósságválsága idején elérte a 180%-os GDP-arányos államadósságot, amelyhez magas CDS-felárak és finanszírozási bizonytalanság társult. A fenntarthatóságot az EU és IMF által nyújtott adósság-átstrukturálás és hitelezési megállapodások tették lehetővé.

Az államadósság hatása a gazdaságra

A túlzott államadósság:

- korlátozza az aktív fiskális politika mozgásterét (fiskális nyomás),
- magas kamatkiadásokat eredményez, elvonva forrásokat a társadalmi kiadásoktól,
- gyengíti a hitelminősítést (pl. Moody’s, S&P), emelve a kamatokat,
- kiszolgáltatottá teszi az országot a pénzügyi piacok és külső donorok irányába.

Ukrán viszonyok közt:

- A 2022 óta drasztikusan megnőtt külső adósságállomány stratégiai támogatások formájában (pl. USAID, IMF Extended Fund Facility) érkezett, de hosszú távon ezek visszafizetése kulcskérdés a fiskális szuverenitás szempontjából.
- Az államadósság 25%-a 2024-ben már csak katonai célokat szolgált.

Nemzetközi összehasonlítás

Az államadósság és költségvetési hiány nemzetközi összevetése segíthet megérteni az ukrán adatok rendkívüli kilengéseit:

Ország	*Hiány (% GDP) – 2023*	*Adósság (% GDP) – 2023*
Ukrajna	18,0%	88,5%
Lengyelország	4,5%	52,0%
Magyarország	5,8%	73,5%
Németország	2,2%	64,0%

Az összevetés világosan mutatja, hogy Ukrajna fiskális helyzete háborús gazdaságra jellemző, és csak ideiglenesen fenntartható jelentős nemzetközi támogatás mellett.

Az államháztartási hiány és államadósság pénzügyi statisztikai elemzése kulcsfontosságú a következő célok eléréséhez:

- A kormányzati kiadási politika hatékonyságának értékelése,
- A fiskális kockázatok feltárása és kezelése,
- A gazdaságpolitikai döntések (pl. költségvetési reformok, adópolitika) megalapozása.

A módszertani eszközök – idősor-elemzés, GDP-arányos mutatók, összehasonlító statisztikák – biztosítják az elemzések megbízhatóságát. Ukrajna esetében a háborús környezet rendkívüli nyomást helyez a költségvetési egyensúlyra, amely a jövőbeni adósságpálya fenntarthatóságát is komolyan befolyásolja.

6.3. Fiskális politikai mutatók

A fiskális politika eszköztára – amely magában foglalja a költségvetési bevételek és kiadások szabályozását – szoros összefüggésben áll az állam gazdaságpolitikai célkitűzéseivel. A fiskális politikai mutatók statisztikai elemzése lehetővé teszi ezen politika hatékonyságának, irányultságának, fenntarthatóságának és társadalmi hatásainak számszerűsített értékelését. Különösen válsághelyzetekben – mint amilyen a háborús időszak Ukrajnában – válik létfontosságúvá az adatok alapján történő gyors, megalapozott döntéshozatal.

A fiskális politika irányultságának mérése

A fiskális politika lehet:

- **Expanzív**, ha a kormányzat költségvetési ösztönzőket alkalmaz a gazdaság élénkítésére (pl. adócsökkentés, kiadásnövelés).

- **Restriktív**, ha a költségvetés célja a hiány csökkentése és az adósságfékezés (pl. megszorítások).

Az irányultság értékeléséhez az alábbi mutatókat alkalmazzuk:

1. Strukturális elsődleges egyenleg (SPE)

- A gazdasági ciklus hatását kiszűrve mutatja meg, hogy a költségvetési politika önmagában milyen hatással van a gazdaságra.
- Kiszámítása:

  SPE = Elsődleges egyenleg – Ciklikus komponens

2. Fiskális impulzus mutató

- A fiskális politika éves változásainak gazdaságra gyakorolt hatását méri.
- Példa: ha a strukturális elsődleges egyenleg csökken, az fiskális élénkítést jelez.

3. Kiadási oldali arányok

- Pl. közszolgáltatásokra, védelemre, oktatásra fordított kiadások aránya a GDP-hez viszonyítva.

Kulcsfontosságú fiskális mutatók a pénzügyi statisztikában

a) Államháztartási egyenleg / GDP (%)

- Az egyik legismertebb egyensúlyi mutató, amelyet nemzetközi szinten is összevetnek.

b) Államadósság / GDP (%)

- Az adósságteher fenntarthatóságát jelzi, figyelembe véve a gazdaság teljesítményét.

c) Adócentralizációs ráta

- Az államháztartási bevételek aránya a GDP-hez viszonyítva.
- Megmutatja az állam újraelosztó szerepének mértékét.

d) Államháztartási kiadások szerkezete

- Funkcionális bontásban (pl. COFOG alapján): jóléti, infrastrukturális, védelmi kiadások, stb.

e) Államháztartási transzferek aránya

- Pl. nyugdíjkiadások, szociális segélyek, családtámogatások aránya.

Ukrán és nemzetközi példák

Ukrán példa (2023–2024):

- A háború miatt jelentősen megnövekedett a **védelmi kiadások** aránya: 2023-ban az állami költségvetés több mint 40%-a erre ment el.
- Ugyanakkor az oktatásra és egészségügyre fordított kiadások aránya 20% alá csökkent.

- Az **adócentralizációs ráta** 2022-ben még 31,5% volt, 2024-re viszont 28% alá esett, részben az adócsökkentések, részben a gazdasági visszaesés miatt.

Nemzetközi példa:

- A skandináv országokban (pl. Svédország, Dánia) az adócentralizációs ráta meghaladja a 40%-ot, ami az erős jóléti állam következménye.
- Magyarországon 2022-ben az adóbevételek aránya a GDP-hez viszonyítva 36% körüli volt, míg a strukturális elsődleges egyenleg –3% körüli, ami élénkítő költségvetési politikára utalt.

Statisztikai adatforrások és mérési problémák

A fiskális mutatók forrásai lehetnek:

- Nemzeti statisztikai hivatal (pl. Державна служба статистики України – ДССУ)
- Költségvetési hivatalok, pénzügyminisztérium
- IMF, Eurostat, Világbank adatbázisok
- Ágazati adatgyűjtések (pl. védelmi, oktatási kiadások)

Problémák:

- A strukturális hiány és ciklikus komponens becslése nagy bizonytalansággal jár.
- Az egyes kiadási kategóriák funkcionális besorolása országonként eltérő lehet.
- A háborús helyzetben az **elszámolási szabályok** módosulnak, ami befolyásolja a nemzetközi összevethetőséget.

A fiskális politikai mutatók statisztikai elemzése segít:

- Feltárni a költségvetési politika gazdasági hatásait,
- Megítélni az állami újraelosztás mértékét és irányultságát,
- Értékelni a költségvetési fenntarthatóságot és fiskális mozgásteret.

A modern pénzügyi statisztikának nem csupán az adatok bemutatása, hanem az elemzés, a modellezés és az előrejelzés is feladata. Ukrajna példája különösen jól szemlélteti, hogy rendkívüli helyzetekben (háború, válság) milyen kulcsszerepet kap a fiskális statisztika a nemzetközi támogatások, a hitelezés és a közbizalom megőrzése szempontjából.

VII. fejezet: Az árak és infláció statisztikája

Annotáció. Az árak és az infláció statisztikai vizsgálata a pénzügyi statisztika egyik központi területe, amely közvetlenül kapcsolódik a gazdasági stabilitás, a vásárlóerő alakulása és a monetáris politika hatékonyságának értékeléséhez. Az árstatisztika célja, hogy objektív, számszerű információt nyújtson az árak időbeli változásáról és ezek hatásáról a gazdaság szereplőire. Az infláció szintjének és dinamikájának pontos mérése alapvető eszköz a gazdaságpolitikai döntéshozatalban, különösen a jegybanki és fiskális beavatkozások megtervezésében.

A leggyakrabban alkalmazott eszközök az árindexek, amelyek egy kiválasztott termékkör árainak időbeli változását mutatják. Az egyedi árindexek egy-egy termék vagy szolgáltatás árának változását mérik, míg az összetett árindexek – például a fogyasztói árindex – több termékcsoport súlyozott átlagán alapulnak. Az inflációs ráta az árindexek százalékos változását fejezi ki egyik időszakról a másikra, és az árszínvonal emelkedésének mértékét mutatja.

A két legismertebb mutató a fogyasztói árindex (CPI) és a termelői árindex (PPI). A CPI a háztartások által fogyasztott javak és szolgáltatások árainak változását követi nyomon, és kulcsfontosságú az életszínvonal, a reáljövedelmek és a nyugdíjak indexálása szempontjából. A PPI ezzel szemben a termelés szintjén méri az árak alakulását, és korai jelzőként szolgálhat az inflációs nyomás felerősödésére a fogyasztói szektorban. Mindkét index számítása során súlyozott átlagolást alkalmaznak, figyelembe véve a fogyasztási vagy termelési szerkezetet.

Az inflációs trendek vizsgálata idősorelemzéssel történik, amely képes kimutatni az árszint hosszú távú irányvonalát, ciklikus mozgásait és szezonális ingadozásait. Az inflációs előrejelzés különösen fontos a központi bankok számára, mivel segíti a monetáris politika finomhangolását, a kamatlábak meghatározását és az árstabilitás megőrzését. Az előrejelzés statisztikai alapját regressziós modellek, mozgóátlagok, exponenciális simítás vagy akár gépi tanulási algoritmusok is képezhetik.

Az árstatisztika és inflációmérés kompetens alkalmazása nélkülözhetetlen az adópolitika, a béralkuk, a költségvetési tervezés és a pénzügyi piacok szabályozása terén. A hallgatóknak ezért meg kell tanulniuk az árindexek számításának módszertanát, a rájuk épülő gazdaságpolitikai értelmezéseket, valamint azok szerepét a társadalmi és pénzügyi döntéshozatalban.

7.1. Árindexek típusai, inflációs ráta mérése

Az árak statisztikai vizsgálata kulcsfontosságú mind a gazdaságirányítás, mind a lakosság pénzügyi tudatossága szempontjából. Az **inflációs ráta** – az árszínvonal változásának mértéke – az egyik leggyakrabban követett gazdasági indikátor. Az árindexek révén mérhető az életszínvonal változása, a reáljövedelmek alakulása, valamint az állami és jegybanki gazdaságpolitikai döntések megalapozottsága is.

Árindexek fő típusai:

- **Fogyasztói árindex (CPI)**: a háztartások által megvásárolt termékek és szolgáltatások árainak átlagos változását mutatja.
- **Termelői árindex (PPI)**: a hazai termelők által eladott termékek és szolgáltatások árának alakulását mutatja.
- **Építőipari árindex**: az építőipari szolgáltatások árváltozását követi.
- **Import-/Exportárindexek**: a külkereskedelemben mozgó áruk áralakulását tükrözik.
- **Harmonizált fogyasztói árindex (HICP)**: az EU-s tagállamok közös módszertan szerinti árindexe, összehasonlításhoz.

Inflációs ráta számítása:

$$\text{Infláció} = \frac{\text{CPI}_t - \text{CPI}_{t-1}}{\text{CPI}_{t-1}} \times 100\%$$

Ukrajnai példa:

2022-ben Ukrajnában az éves infláció elérte a 26,6%-ot, elsősorban a háborús környezet, az importkorlátozások és az ellátási láncok zavarai miatt. A legjelentősebb áremelkedések az energia-, élelmiszer- és közlekedési szektorban történtek.

7.2. Fogyasztói árindex (CPI) és termelői árindex (PPI)

Fogyasztói árindex (CPI):

A CPI egy reprezentatív „fogyasztói kosár” alapján számított index, amely magában foglalja:

- élelmiszerek és alkoholmentes italok,
- lakhatás és rezsi,
- közlekedés,
- oktatás,
- egészségügy,
- ruházkodás stb.

Az árak alakulását területi bontásban (régiók, megyék) és árucsoportonként is vizsgálják. A CPI mutató az inflációkövető bérek, nyugdíjak és szociális juttatások indexálása során is alapvető jelentőségű.

Ukrán CPI-adatok (2023):

- Éves CPI: 12,9%
- Élelmiszerek inflációja: 10,3%
- Energiaárak inflációja: 28,4%

Termelői árindex (PPI):

A termelői árindex (Producer Price Index) a hazai vállalkozások kibocsátási árainak változását mutatja be. A PPI jól előre jelezheti a CPI jövőbeni mozgásait.

A **PPI előnye**:

- kevésbé torzított, mint a CPI (nincs szubjektív fogyasztói döntés),
- érzékenyebb az inputár-változásokra (pl. energia, nyersanyag).

Ukrán PPI-adat (2023 végén): +18,7%

7.3. Inflációs trendek és előrejelzés

A pénzügyi statisztika nem csupán a tényadatok rögzítésére törekszik, hanem azok elemzésére és előrejelzésére is.

Trendek:

- **Hiperinfláció**: a pénz gyors elértéktelenedése – Ukrajna tapasztalta ezt a '90-es évek elején.
- **Mérsékelt infláció**: stabil gazdaságok célja 2–5% között.
- **Defláció**: árszínvonal csökkenése – recesszió jele lehet.

Inflációs előrejelzés módszerei:

- **Idősorelemzés**: CPI vagy PPI indexek múltbeli értékeinek trendje és szezonális összetevői alapján.
- **Reálgazdasági mutatók bevonása**: GDP-növekedés, munkanélküliség, pénzkínálat.

- **Makromodellek**: pl. Phillips-görbe, monetáris-transzmissziós mechanizmus.

Ukrajnai kilátások (NBU előrejelzései, 2024):

- Az inflációs cél 2024 végére 8–9% között mozog.
- A jegybank kamatpolitikáját ennek megfelelően alakítja (alapkamat: 15,5%).

Statisztikai források és megbízhatóság

Az inflációs statisztikák elsődleges forrásai:

- **ДССУ – Ukrán Állami Statisztikai Szolgálat**
- **NBU – Ukrán Nemzeti Bank**
- **IMF, World Bank, Eurostat** (nemzetközi összehasonlítás)

Adatgyűjtés kihívásai:

- Háborús térségekben korlátozott adatfelvétel.
- Fekete- és szürke gazdaság szerepe a fogyasztási szerkezet torzításában.
- Fogyasztói magatartás gyors változásai.

Az árak és az infláció statisztikai elemzése nem csupán technikai feladat, hanem közvetlen társadalmi jelentőséggel is bír. Az infláció mértéke meghatározza:

- a reáljövedelmek vásárlóerejét,
- a monetáris politika mozgásterét,
- a költségvetési kiadások reálértékét,
- a háztartások pénzügyi döntéseit (megtakarítás, fogyasztás).

A **pénzügyi statisztika eszköztára** elengedhetetlen az **infláció mértékének és hatásainak értelmezéséhez**, különösen olyan országokban, mint Ukrajna, ahol a geopolitikai kihívások miatt az árszínvonal rendkívüli mértékben ingadozhat.

VIII. fejezet: Hitel- és biztosítási statisztika

Annotáció. A hitel- és biztosítási statisztika a pénzügyi szektor két kulcsfontosságú ágazatának kvantitatív elemzését teszi lehetővé. Mindkét terület közvetlen hatással van a gazdasági növekedésre, a lakossági és vállalati pénzügyi döntésekre, valamint a pénzügyi stabilitás egészére. A témakör célja annak bemutatása, hogyan alkalmazhatók a statisztikai módszerek a hitelezési és biztosítási folyamatok nyomon követésére, értékelésére és előrejelzésére.

A hitelstatisztika középpontjában a hitelállomány szerkezetének, dinamizmusának és területi megoszlásának vizsgálata áll. A különböző hiteltípusok – például lakossági hitelek, vállalati hitelek, fogyasztási és beruházási hitelek – statisztikai követése lehetővé teszi a pénzügyi közvetítés hatékonyságának és kockázatainak elemzését. A hitelállomány időbeli alakulásának elemzése során figyelmet kell fordítani az új hitelkihelyezések volumenére, a lejárt és problémás hitelek arányára, valamint a kamatszintek és a hitelkereslet kapcsolatára. A hitelezési adatok rendszeres nyilvántartása elengedhetetlen a jegybanki és pénzügyi felügyeleti funkciók ellátásához.

A biztosításstatisztika célja a biztosítási termékek – élet- és nem-életbiztosítások – pénzügyi és kockázati jellemzőinek számszerű értékelése. A fő vizsgálandó mutatók közé tartoznak a biztosítási díjbevételek, a kárráfordítások, valamint a különböző biztosítói tartalékok, amelyek a jövőbeni kötelezettségek fedezetét szolgálják. A kárráfordítások és díjbevételek arányából képzett kárhányad, valamint a működési költségek elemzése betekintést nyújt a biztosítók gazdasági hatékonyságába és piaci kockázataiba. Emellett figyelembe kell venni a biztosítási szerződések számát, átlagdíját, térítési gyakoriságát, illetve az ügyfélmegtartási arányokat is.

A biztosítási szektor pénzügyi stabilitása a tőkekövetelmények, a tartalékképzési szabályok, a befektetési portfóliók összetétele és a biztosítói fizetőképesség mutatóin keresztül értékelhető. E mutatók alapján a pénzügyi felügyeleti hatóságok képesek beavatkozni a kockázatokat hordozó folyamatokba, biztosítva az ügyfelek érdekeinek védelmét és az ágazat megbízható működését. A biztosítók és hitelintézetek statisztikai jelentései – legyenek azok nemzeti vagy nemzetközi előírásokon alapulók – nélkülözhetetlenek a rendszerkockázatok feltárásához.

A hitel- és biztosítási statisztika segíti a hallgatókat abban, hogy megértsék a pénzügyi közvetítőrendszer működését, és képesek legyenek adatvezérelt elemzések alapján értelmezni a pénzügyi piacok kockázatait és folyamatait.

8.1. A hitelpiac statisztikai vizsgálata

A hitelstatisztika célja a pénzügyi közvetítők – különösen a bankok és pénzügyi intézetek – hitelnyújtási tevékenységének kvantitatív értékelése. A statisztikai mutatók segítségével következtethetünk a gazdaságban zajló pénzügyi folyamatokra, a háztartások és vállalkozások eladósodottságára, valamint a hitelezési kockázatok alakulására.

Hiteltípusok főbb kategóriái:

- ***Lakossági hitelek***: fogyasztási hitel, lakáshitel, személyi kölcsön
- ***Vállalati hitelek***: forgóeszköz-finanszírozás, beruházási hitelek
- ***Állami támogatott hitelek***: célzott programok (pl. CSOK, ЕОселя)
- ***Rövid és hosszú lejáratú hitelek***

Magyarországi trendek (2020–2024):

- A lakossági hitelezés a 2020–2022 közötti időszakban bővült, köszönhetően az alacsony kamatkörnyezetnek és támogatott konstrukcióknak.
- 2023-ban a kamatemelkedések hatására csökkent a hitelfelvétel volumene.
- A vállalati hitelezésben strukturális átrendeződés zajlik: a beruházási hitelek aránya nőtt, míg a forgóeszköz-hitelezés stagnál.

Ukrajnai trendek (2021–2024):

- A háború következtében a hitelportfóliók jelentős mértékben átrendeződtek.
- A Nemzeti Bank intézkedései nyomán 2023-tól újraindult a **lakossági hitelezés**, elsősorban a lakásvásárlásokra irányuló „ЄОселя” állami program keretében.
- A **nemteljesítő hitelek aránya (NPL)** 2022-ben meghaladta a 36%-ot, de 2024-re stabilizálódott ~27% körül.
- A hitelezésben egyre nagyobb szerepet kapnak a **digitális banki megoldások**, különösen a Diia applikációba integrált hitelkérelmi rendszerek.

Fontos mutatók:

- Hitelállomány (teljes, szektorra bontva)
- Növekedési ütem (év/év, hó/hó)
- Nemteljesítő hitelek aránya (NPL ratio)
- Kamatlábak alakulása
- Hitel/GDP arány

8.2. Biztosítási statisztika

A biztosítási szektor statisztikai vizsgálata a biztosítók pénzügyi stabilitását, kockázatkezelési képességét, valamint a biztosítási penetráció társadalmi-gazdasági hatásait értékeli. A statisztikai adatok alapul szolgálnak mind a szabályozó hatóságok, mind a piaci szereplők számára.

Főbb biztosítási ágazatok:

- Életbiztosítás
- Nem-életbiztosítás (jármű, lakás, egészség, utas)
- Kötelező gépjármű-felelősségbiztosítás (KGFB/ОСЦПВ)
- Mezőgazdasági biztosítások

Fontos statisztikai mutatók:

- Díjbevétel (összes, egy főre jutó, GDP-arányos)
- Kárráfordítás (claims ratio, kifizetett kárösszeg)
- Technikai tartalékok nagysága
- Kárhányad (loss ratio)
- Kombinált ráta (combined ratio)

Magyar biztosítási piac (2022–2024):

- A MABISZ adatai szerint 2023-ban a biztosítók díjbevétele meghaladta az **1 500 milliárd Ft-ot**.
- A gépjármű- és lakásbiztosítás dominál, de nőtt az egészségbiztosítás szerepe is.
- Az online értékesítés aránya évről évre bővül.
- Az EU szabályozásai (pl. Solvency II) folyamatos adatszolgáltatást írnak elő.

Ukrán biztosítási piac (2021–2024):

- A biztosítási díjbevétel 2023-ra meghaladta a **30 milliárd hrivnyát**, bár a háborús környezet jelentős területi eltéréseket eredményez.
- Kiemelkedően nőtt a **harctéri kockázatokat lefedő biztosítások** volumene.
- A Natskomfinposluh (Nemzeti Pénzügyi Szolgáltatási Bizottság) digitalizált jelentési rendszerével pontosabb és időszerűbb adatokat szolgáltat.
- Növekszik a biztosítási tudatosság, de a biztosított személyek aránya továbbra is alacsony (~15%).

8.3. A biztosítási szektor pénzügyi stabilitása

A biztosítási szektor stabilitása és fizetőképessége alapvető fontosságú a gazdasági rendszer egészének működése szempontjából. A pénzügyi statisztika segít feltérképezni a szektor kockázatait és megbízhatóságát.

Főbb stabilitási mutatók:

- Szolvencia mutatók (Solvency I, Solvency II)
- Tartalékképzési szintek
- Likviditási és tőkeáttételi mutatók
- Biztosítási kockázatok diverzifikációja

Magyarország:

- A biztosítók **tőkefedezeti mutatója** általában meghaladja a Solvency II által előírt szintet.
- A Magyar Nemzeti Bank rendszeresen közzéteszi a szektor stabilitásáról szóló jelentéseit.

Ukrajna:

- 2024-ben bevezetésre került az **EU-konform Solvency szabályozás**, amely jelentősen átalakította a tartalékképzést és a pénzügyi jelentéstételt.
- A nemzetközi támogatások révén (pl. USAID biztosítási reformprogram) erősödik a szektor ellenőrzése és átláthatósága.

A hitel- és biztosítási statisztika egyaránt kulcsszerepet játszik a pénzügyi rendszer átláthatóságának, stabilitásának és versenyképességének biztosításában. A statisztikai mutatók segítik a szabályozókat, piaci szereplőket és a kutatókat az alábbi területeken:

- Hitelkockázatok, eladósodottság nyomon követése
- Biztosítási penetráció és társadalmi kockázatkezelés vizsgálata
- Szabályozási megfelelés és pénzügyi stabilitás elemzése

A magyar és ukrán tapasztalatok egyaránt rámutatnak arra, hogy a statisztikai rendszerek korszerűsítése, a digitális adatgyűjtés és az összehasonlítható mutatószámok bevezetése elengedhetetlen az átlátható és hatékony pénzügyi piacok kialakításához.

IX. fejezet: A banki és takarékpénztári tevékenység statisztikája

Annotáció. A banki és takarékpénztári tevékenység statisztikája a pénzügyi közvetítőrendszer kulcsszereplőinek működését vizsgálja kvantitatív módszerekkel. A kereskedelmi bankok, takarékpénztárak és más hitelintézetek pénzügyi helyzete, szolgáltatásainak szerkezete és a lakossági megtakarítási szokások tükrözik a gazdaság egészének stabilitását, valamint a társadalom pénzügyi magatartásának irányait. E statisztikai elemzések alapjául a pénzügyi intézmények rendszeres beszámolói, mérlegei és forgalmi adatai szolgálnak.

A vizsgálat középpontjában állnak a kereskedelmi banki mérlegek, amelyek egy adott időpontban tükrözik a bank eszközeit és forrásait. Az eszközoldalon jellemzően a kihelyezett hitelek, befektetések és likvid eszközök szerepelnek, míg a forrásoldalon a betétállomány, tőkestruktúra és egyéb kötelezettségek jelennek meg. A banki mérleg idősoros elemzése lehetővé teszi a pénzügyi stabilitás, eszközminőség és likviditás vizsgálatát. A jövedelmezőségi mutatók – például a saját tőke arányos nyereség (ROE), eszközarányos nyereség (ROA), kamatmarzs – segítenek felmérni az intézmények működési hatékonyságát és versenyképességét.

A banki szolgáltatások szerkezetének és volumenének statisztikai elemzése során a hitel- és betéti termékek típusát, ügyfélszegmensek szerinti megoszlását, tranzakciószámokat és digitális szolgáltatások elterjedtségét vizsgáljuk. E statisztikák különösen fontosak a bankpiac átalakulásának követéséhez, a fintech megoldások térnyerésének értékeléséhez és a banki ügyfélmagatartás elemzéséhez. Az egyes szolgáltatástípusokhoz kapcsolódó volumenek változása (pl. lakáshitelek, folyószámlák, elektronikus átutalások) jól tükrözik a gazdasági konjunktúrát, valamint a szabályozási és versenykörnyezet változásait.

A banki statisztika egyik különösen fontos területe a lakossági megtakarítási formák vizsgálata. Ezek között szerepelnek a lekötött és látra szóló betétek, megtakarítási számlák, befektetési alapok, nyugdíjpénztári megtakarítások, valamint állampapírok és más értékpapírok. Az egyes megtakarítási típusok statisztikai súlya nemcsak a háztartások pénzügyi tudatosságát tükrözi, hanem a pénzügyi szektor stabilitását is befolyásolja. A megtakarítások alakulását befolyásoló tényezők – például kamatkörnyezet, infláció, pénzügyi kultúra – statisztikai elemzése alapot ad a pénzügyi döntések és gazdaságpolitikai irányok megalapozásához.

A banki és takarékpénztári tevékenység statisztikai nyomon követése tehát elengedhetetlen az ország pénzügyi ökoszisztémájának megértéséhez, az egyes szereplők teljesítményének értékeléséhez, valamint a kockázatok korai felismeréséhez.

9.1. A kereskedelmi bankok mérlege és jövedelmezősége

A kereskedelmi bankok pénzügyi stabilitása és működésének hatékonysága meghatározó szerepet játszik a gazdaság tőkeallokációjában. A banki statisztikák kulcsfontosságú adatokat szolgáltatnak a hitelezési tevékenységről, betétgyűjtésről, jövedelmezőségről és kockázatkezelésről.

A bankmérleg főbb tételei:

- **Eszközök:** hitelek, értékpapírok, jegybanki betétek
- **Források:** ügyfélbetétek, tőke, refinanszírozási források
- **Eredménykimutatás:** kamatbevétel, kamatráfordítás, nettó kamatjövedelem, működési eredmény

Magyarországi trendek (MNB adatok alapján):

- A 2022–2023-as időszakban nőtt a bankok kamatjövedelme a magas inflációs környezet és kamatemelések miatt.
- A lakossági betétállomány stabil maradt, miközben a megtakarítások részben elmozdultak állampapírok felé.
- A hitelezés üteme lassult, különösen a lakáshitelek esetében.

Ukrán trendek (НБУ – Nemzeti Bank of Ukraine):

- A háborús időszak alatt a kereskedelmi bankok nagyfokú alkalmazkodóképességet mutattak.
- 2022-ben a bankrendszer nyereséges maradt – főként az állampapírok és a jegybanki eszközök kamatbevétele révén.
- Az NBU havonta tesz közzé **nyilvános mérleg- és eredménykimutatási adatokat** minden engedéllyel rendelkező bankról.

Fontos statisztikai mutatók:

- Sajáttőke-arányos nyereség (ROE)
- Eszközarányos nyereség (ROA)
- Költség/bevétel arány (C/I ratio)
- Tőkemegfelelési mutató (CAR)

9.2. Banki szolgáltatások szerkezetének és volumenének elemzése

A pénzügyi statisztika lehetővé teszi a banki termékpaletta összetételének vizsgálatát, különösen a digitális szolgáltatások térnyerésének, a termékhasználat szegmentálásának és a banki penetrációnak az elemzését.

Vizsgált szolgáltatások:

- Folyószámlák, betéti és hitelkártyák
- Online és mobilbank-használat
- Lakossági és vállalati pénzforgalom
- Pénzváltás, befektetési termékek, devizaszámlák

Magyarországon:

- A 2023-as adatok szerint a lakosság 85%-a rendelkezik bankszámlával, de a pénzügyi edukáció még mindig fejlesztendő.
- A mobilbankolás aránya jelentősen nőtt, és az MNB célkitűzései között szerepel a készpénzhasználat csökkentése.

Ukrajnában:

- A digitális szolgáltatások előretörése kiemelkedő: a **Monobank**, **PrivatBank**, és más digitális szereplők erőteljes piaci részesedéssel bírnak.
- A **Diia-ecosystem** támogatja az elektronikus pénzügyi tranzakciókat, beleértve a vállalkozói számlanyitást és hiteligénylést.

Fontos statisztikai indikátorok:

- Bankhasználati arány
- Digitális banki szolgáltatások penetrációja
- Bankfiókok és ATM-ek száma 100 000 főre vetítve
- Tranzakciós volumen bankkártyákon

9.3. Lakossági megtakarítási formák és strukturális trendek

A megtakarítások szerkezete a gazdasági ciklusok, inflációs környezet és pénzügyi edukáció függvényében változik. A pénzügyi statisztika célja, hogy bemutassa a háztartások pénzügyi vagyonának megoszlását és dinamikáját.

Megtakarítási formák:

- Látra szóló és lekötött betétek
- Állampapírok (pl. Magyar Állampapír Plusz, ukrán Військові облігації)
- Befektetési alapok, részvények
- Nyugdíjcélú megtakarítások (ÖNYP, Життя+)

Magyar trendek:

- Az infláció elleni védekezésként megnőtt az **állampapírokba áramló megtakarítások** aránya.
- Az MNB statisztikái szerint a háztartási pénzügyi vagyon ~60%-át pénzügyi eszközök teszik ki.

Ukrajnai trendek:

- A háborús időszakban csökkent a lakossági betétek volumene, de 2023-tól újra növekedésnek indult.
- Nőtt a lakosság részvétele az **állami hadikötvények** vásárlásában.
- Az NBU új platformokat hozott létre a lakossági befektetési adatok digitalizált rögzítésére.

Mutatók:

- Lakossági megtakarítás/GDP arány
- Eszközallokáció szerinti megoszlás
- Reálhozamok alakulása különböző megtakarítási formákban

Összegzés

A banki és takarékpénztári statisztikák nélkülözhetetlenek a pénzügyi rendszer egészségi állapotának elemzéséhez. A magyar és ukrán példák egyaránt azt mutatják, hogy a digitális átállás, a lakosság pénzügyi tudatossága, valamint a szabályozók szerepe döntően meghatározza a pénzügyi szolgáltatások struktúráját. A nemzetközi statisztikai standardok (pl. IMF, ECB, BIS) követése biztosítja a transzparenciát és az összehasonlíthatóságot.

X. fejezet: A társadalom pénzügyi tudatosságának statisztikája

Annotáció. A pénzügyi tudatosság statisztikai vizsgálata egy viszonylag új, ám egyre nagyobb jelentőségű területe a pénzügyi statisztikának. A társadalom pénzügyi ismeretei, attitűdjei és viselkedésformái közvetlen hatással vannak a makrogazdasági stabilitásra, a lakossági megtakarítások és hitelek alakulására, valamint a pénzügyi piacok kiszámíthatóságára. A témakör célja, hogy a hallgatók megismerjék a pénzügyi edukáció empirikus mérésének módszereit, valamint azok alkalmazását a lakossági döntéshozatal elemzésében.

A pénzügyi ismeretek és attitűdök mérésének módszertana különféle kvalitatív és kvantitatív technikákra épül. A statisztikai eszköztárban a strukturált kérdőíves felmérések, interjúk, kísérleti szimulációk, valamint önértékelő tesztek is helyet kapnak. Ezek segítségével felmérhető a lakosság tudása a megtakarításokról, befektetésekről, hitelekről, inflációról, kamatszámításról vagy éppen az állami nyugdíjrendszerről. Az attitűdök vizsgálata során a pénzügyi kockázatvállalás, előrelátás, bizalom és önkontroll szintjeit értékelik. A mérési eredmények összegzése lehetővé teszi a célzott pénzügyi edukációs programok kialakítását.

A háztartási pénzügyi magatartás vizsgálata kiterjed a jövedelmek elköltésének szerkezetére, megtakarítási hajlandóságra, hitelfelvételi szokásokra, valamint a pénzügyi védőhálók (pl. vésztartalék, biztosítás) jelenlétére. E statisztikai adatok alapján összehasonlíthatók a különböző jövedelmi, iskolázottsági vagy regionális csoportok pénzügyi döntései, valamint azok változásai gazdasági ciklusok vagy pénzügyi sokkok hatására. A háztartási statisztikák empirikus alapként szolgálnak a közpolitikai tervezéshez, különösen a társadalmi egyenlőtlenségek kezelésében.

Egyre több ország alkalmaz statisztikai felméréseket a pénzügyi edukáció szintjének és hatásának vizsgálatára, különösen a nemzetközi ajánlások – például OECD/INFE – figyelembevételével. A pénzügyi tudatosságot mérő indexek nemzetközi összehasonlítást is lehetővé tesznek, és kiindulópontul szolgálnak az oktatási reformokhoz. A felmérések lebonyolításánál fontos a mintavétel reprezentativitása, az indikátorok összehangolása, valamint a válaszok objektív kiértékelése.

A pénzügyi tudatosság statisztikai elemzése hozzájárul a pénzügyi inklúzió növeléséhez, a társadalmi jólét fokozásához, valamint a pénzügyi szektor és a háztartások közötti kapcsolat kiszámíthatóbbá tételéhez. A hallgatók számára e témakör lehetőséget nyújt a statisztika társadalmi hasznosulásának megtapasztalására is.

10.1. Bevezetés: a pénzügyi tudatosság szerepe

A pénzügyi tudatosság (financial literacy) a modern gazdaságok egyik alapvető tényezőjévé vált, különösen a háztartások pénzügyi döntéseinek megalapozottsága, a megtakarítási és hitelezési szokások, valamint a pénzügyi termékek helyes használata szempontjából. A pénzügyi tudatosság nemcsak egyéni, hanem társadalmi szinten is hatással van a pénzügyi stabilitásra, ezért a fejlett országokban önálló közpolitikai célként is kezelik. A pénzügyi statisztika szempontjából a tudatosság mérése elsősorban kvantitatív és kvalitatív felmérések útján történik, nemzetközi sztenderdekre (OECD, World Bank) és nemzeti sajátosságokra támaszkodva.

10.2. Pénzügyi ismeretek és attitűdök mérésének módszertana

A pénzügyi tudatosság három dimenziója:

1. **Tudás (knowledge)** – pénzügyi fogalmak ismerete: kamat, infláció, hitel, kockázat
2. **Magatartás (behavior)** – megtakarítási szokások, hitelek kezelése, költségvetés tervezése
3. **Attitűdök (attitudes)** – kockázatvállalási hajlandóság, hosszú távú tervezés, bizalom a pénzügyi intézményekben

Mérés módszerei:

- Standardizált kérdőívek (pl. OECD/INFE kérdéssorok)
- Fókuszcsoportos interjúk, kvalitatív elemzések
- Keresztmetszeti vagy longitudinális (idősoros) felmérések

Példa – Magyarország:

- A Magyar Nemzeti Bank (MNB) 2010 óta végez pénzügyi tudatosságot mérő kutatásokat.
- Az **OECD-módszertan** szerint 2021-ben a magyar felnőtt lakosság pénzügyi tudásszintje az uniós átlagnál kissé alacsonyabb volt (13,5 pont / 21).
- 2023-as eredmények szerint a fiatalok körében nőtt az online pénzügyi eszközhasználat, de a megtakarítási tudatosság elmarad az idősebb korosztályokétól.

Példa – Ukrajna:

- Az NBU és az USAID támogatásával 2021-ben átfogó országos felmérés zajlott le, amelyben több mint 2000 fő vett részt.
- A válaszadók 60%-a nem tudta kiszámolni a kamatos kamatot, és kevesebb mint 50%-uk vezetett háztartási költségvetést.

- A felmérés szerint a pénzügyi ismeretek terén Kijev és Nyugat-Ukrajna lakossága magasabb szintet ért el, mint a keleti és vidéki területeken.

10.3. Háztartási pénzügyi magatartás vizsgálata

A pénzügyi tudatosság egyik gyakorlati megnyilvánulása a háztartások pénzügyi viselkedésében érhető tetten. Ennek statisztikai vizsgálata magában foglalja:

- **Megtakarítási arányokat**
- **Fogyasztási szokásokat**
- **Hitelállományt és törlesztési fegyelmet**
- **Háztartási költségvetés tervezését**
- **Pénzügyi kockázatokkal szembeni viselkedést**

Magyar adatok (KSH, MNB):

- A háztartások 2023-ban a jövedelmük kb. 8%-át takarították meg, de ez jelentősen csökkent az inflációs nyomás hatására.
- A személyi kölcsönök aránya nőtt, de a fizetési fegyelem általánosságban jó.
- Az elektronikus banki szolgáltatások használata nőtt, különösen a 30 év alattiak körében.

Ukrán adatok (НБУ, USAID, GFK Ukraine):

- A háborús környezetben a háztartások óvatosabb pénzügyi magatartást tanúsítanak: nőtt a **készpénz megtakarítások** aránya, míg a betéti hajlandóság stagnál.
- A hitelfelvételi hajlandóság csökkent, különösen a hosszú lejáratú hitelek esetében.
- A pénzügyi stressz szintje (azaz a tartalék nélküli háztartások aránya) elérte a 45%-ot 2023 végére.

10.4. Pénzügyi edukáció és közpolitikai célkitűzések

A pénzügyi tudatosság fejlesztése egyre inkább nemzeti stratégiák részévé válik. Az OECD által ajánlott irányelvek alapján a tagállamok kidolgozzák saját pénzügyi edukációs programjaikat, amelyeket statisztikai nyomonkövetés is kísér.

Magyarország:

- 2017-ben indult az MNB által koordinált **Pénzügyi Tudatosság Fejlesztésének Nemzeti Stratégiája**, amely iskolai tananyagfejlesztést, online platformokat (pl. Pénzügyi Navigátor), és kampányokat is magában foglal.

- Az MNB rendszeres **felméréseket** végez az iskolák, szülők és tanárok pénzügyi attitűdjeiről.

Ukrajna:

- Az NBU 2020-tól kezdődően vezette be a „**Фінансова грамотність для всіх**” (Pénzügyi tudatosság mindenkinek) programot.
- Az oktatási minisztérium jóváhagyta a pénzügyi ismeretek bevezetését a középiskolai tantervbe.
- A Diia.Osvita platformon online kurzusokat kínálnak felnőttek és diákok számára is.

10.5. A pénzügyi tudatosság statisztikai indikátorai

A társadalmi szintű pénzügyi tudatosság elemzéséhez az alábbi indikátorok alkalmazhatók:

Mutató neve	Jelentése	Forrás
Pénzügyi tudás pontszáma	Standardizált teszteredmények (OECD módszer)	Kérdőíves kutatás
Háztartási költségvetést vezetők aránya	A tervezetten gazdálkodó háztartások aránya	Survey adatok
Személyes megtakarítással rendelkezők aránya	A váratlan kiadásokra tartalékot képzők aránya	NBU, MNB
Hitelek fizetési fegyelme	Törlesztési határidők betartása	Banki statisztikák
Pénzügyi edukációban részt vettek aránya	Tanfolyamokon, programokon való részvétel	Oktatási statisztika

Összegzés

A pénzügyi tudatosság a gazdasági biztonság és a fenntartható fejlődés egyik alappillére. A statisztikai eszközök segítségével feltárhatók a társadalom pénzügyi magatartásának jellemzői, mérhetők a pénzügyi ismeretek, az edukációs hatások, és az intézményi bizalom szintje. Magyarország és Ukrajna is lépéseket tett az állampolgárok pénzügyi képességeinek fejlesztésére, azonban a kihívások – különösen a digitális szakadék, az inflációs környezet és a háborús bizonytalanság – továbbra is fennállnak.

XI. fejezet: A vállalati pénzügyek statisztikája

Annotáció. A vállalati pénzügyek statisztikája a gazdasági szervezetek pénzügyi teljesítményének és kockázati kitettségének kvantitatív értékelésével foglalkozik. A vállalatok pénzügyi mutatószámainak elemzése lehetővé teszi a belső pénzügyi helyzet, a jövedelmezőség, a működési hatékonyság, valamint a hitelképesség értékelését. A statisztikai eszközök alkalmazásával a pénzügyi folyamatok nemcsak visszamenőleg, hanem előretekintően is értelmezhetők, támogatva ezzel a vállalati és befektetői döntéshozatalt.

A pénzügyi elemzések alapját a likviditási, jövedelmezőségi és eladósodottsági mutatók képezik. A likviditási mutatók – mint a likviditási ráta, gyorsráta – a vállalat rövid távú fizetőképességét vizsgálják. A jövedelmezőségi mutatók – például a saját tőke arányos nyereség (ROE), eszközarányos nyereség (ROA), üzemi eredményhányad – a vállalat profittermelő képességéről nyújtanak információt. Az eladósodottsági mutatók – mint az adósság/tőke arány, kamatfedezeti mutató – a pénzügyi kockázat szintjét és a hitelállomány fenntarthatóságát értékelik.

A vállalati beruházások és forrásstruktúra statisztikai elemzése során vizsgáljuk a vállalatok hosszú távú eszközbeszerzési döntéseit és azok finanszírozását. A beruházások nagysága, szerkezete, megtérülése, valamint a források – saját tőke, hosszú lejáratú hitelek, visszaforgatott nyereség – aránya meghatározzák a vállalat növekedési potenciálját és tőkeszerkezetének stabilitását. E mutatók változásainak idősorelemzése segít feltárni a beruházási ciklusokat, valamint a pénzügyi és gazdaságpolitikai tényezők beruházási döntésekre gyakorolt hatását.

A vállalatok működését számos pénzügyi kockázat befolyásolja, amelyek statisztikai mérése és előrejelzése nélkülözhetetlen a fenntartható működéshez. A leggyakoribb kockázattípusok közé tartozik a hitelkockázat, likviditási kockázat, devizaárfolyam- és kamatkockázat. A statisztikai eszközökkel – például szórás, értéken alapuló kockázat (VaR), szcenárióanalízis – becsülhető a kockázati kitettség és annak pénzügyi hatása. A kockázatmérés a pénzügyi kontrolling, a vállalatirányítási döntések és a pénzügyi piacokkal való kapcsolat menedzselésének fontos eszköze.

A vállalati pénzügyek statisztikája tehát hozzájárul a pénzügyi teljesítmény objektív értékeléséhez, a versenyképesség fenntartásához és a kockázatkezelés megalapozásához. A hallgatók e témakörben megtanulják, hogyan lehet a vállalati beszámolók adatain statisztikai elemzéseket végezni, és azokat döntéstámogatási célokra felhasználni.

11.1. A vállalati pénzügyek szerepe a nemzetgazdaságban

A vállalati pénzügyek statisztikája a gazdaság egyik kulcsfontosságú területe, amely a vállalkozások pénzügyi állapotát, működésének hatékonyságát és tőkeszerkezetét hivatott kvantitatív módon feltérképezni. A mikro- és makroszintű elemzések egyaránt fontosak: előbbiek a konkrét vállalkozás szintjén, utóbbiak pedig az ágazati és nemzetgazdasági aggregátumok alapján nyújtanak képet a gazdasági egészségi állapotról. A statisztikai eszközök segítségével mérhetővé válik a vállalatok pénzügyi teljesítménye, likviditása, jövedelmezősége, eladósodottsága, valamint kockázati szintje is.

11.2. Likviditási, jövedelmezőségi és eladósodottsági mutatók

11.2.1. Likviditás

A likviditási mutatók a vállalat rövid távú fizetőképességét értékelik:

- **Current Ratio (fizetőképességi mutató)** = Forgóeszközök / Rövid lejáratú kötelezettségek
- **Quick Ratio (gyorsráta)** = (Forgóeszközök – Készletek) / Rövid lejáratú kötelezettségek

Ukrán példa: A háború következményeként sok ukrán KKV megnövekedett forgóeszközhiánnyal szembesült, különösen a logisztikai és élelmiszeripari szektorban. A 2023-as statisztikák szerint ezek cégek 46%-ának gyorsrátája 1 alatti volt, ami súlyos likviditási problémát jelez.

Magyar példa: A NAV-adatok alapján 2022-ben a magyar kisvállalkozások többsége likvid maradt, de az energiaár-robbanás a logisztikai szektort különösen érzékenyen érintette. A gyorsráta a kis cégeknél átlagosan 1,12, míg a nagyvállalatoknál 1,67 volt.

11.2.2. Jövedelmezőség

A jövedelmezőségi mutatók a nyereségességet vizsgálják:

- **ROA (Eszközarányos megtérülés)** = Nettó nyereség / Összes eszköz
- **ROE (Sajáttőke-arányos megtérülés)** = Nettó nyereség / Saját tőke
- **Profit margin (Nyereséghányad)** = Nettó nyereség / Árbevétel

Az ukrán feldolgozóipar ROA-mutatója 2022-ben -3,5%-ot mutatott, míg az IT-szektorban ez pozitív, 7,2% volt. Magyarországon 2023-ban az ipari vállalkozások átlagos ROE-je elérte a 14,8%-ot.

11.2.3. Eladósodottság

Az adósságmutatók a vállalkozás tőkeszerkezetét jellemzik:

- **Adósságráta** = Összes kötelezettség / Összes eszköz
- **Sajáttőke-arány** = Saját tőke / Összes forrás

2023-ban Ukrajnában a kockázatitőke-befektetések csökkenése miatt sok induló vállalkozás kénytelen volt külső hiteleket igénybe venni, ami megnövelte az eladósodottsági rátát – különösen a fintech szektorban, ahol az átlag 63% körüli volt.

11.3. Vállalati beruházások és forrásstruktúra statisztikai elemzése

A beruházások mértéke és szerkezete jól mutatja a vállalat hosszú távú stratégiáját, kockázatvállalását és fejlődési potenciálját.

11.3.1. Beruházási volumen és arányok

- **Beruházási intenzitás** = Beruházások / Értékesítés árbevétele
- **Tőkeáttétel (Leverage)** = Hosszú lejáratú kötelezettségek / Saját tőke

Ukrán vállalkozásoknál 2021 után csökkent a beruházási hajlandóság, különösen az építőiparban és a könnyűiparban. Ezzel szemben az agrár- és IT-szektorban a nemzetközi támogatások révén nőtt az innovációs beruházások aránya.

Magyar KSH adatok szerint a 2022-es beruházási volumen 6,5%-kal nőtt a nemzetgazdaságban, legfőképp a feldolgozóipar és a logisztika területén.

11.3.2. Forrásstruktúra elemzése

A források szerkezete meghatározza a vállalat tőkehatékonyságát és válságállóságát. Az elemzések során figyelembe kell venni:

- saját és idegen források arányát,

- források lejárati összhangját,
- kamat- és hitelkockázatot.

11.4. Vállalati pénzügyi kockázatok mérése

A vállalkozások különféle kockázatokkal szembesülnek: piaci, működési, likviditási és hitelkockázatokkal. A pénzügyi statisztika célja ezen kockázatok azonosítása, mérése és nyomon követése.

11.4.1. Pénzügyi kockázati típusok:

- **Piaci kockázat** – pl. árfolyam-, kamat- vagy árkockázat
- **Hitelkockázat** – nemfizetési kockázat
- **Likviditási kockázat** – fizetésképtelenség esélye rövid távon
- **Operatív kockázat** – pl. technológiai vagy emberi hiba miatt

11.4.2. Kockázati mutatók:

- **Debt Service Coverage Ratio (DSCR)** – a hitelek törlesztésének fedezete
- **Altman Z-score** – vállalati csődkockázat becslésére
- **Beta mutató (β)** – részvény volatilitása a piaccal szemben

Ukrán példa: A háborús helyzetben jelentősen megnőtt az operatív kockázat (áramkimaradások, logisztikai nehézségek). A bankok kockázati portfóliójában 2023-ban az NPL (nem teljesítő hitelek) aránya elérte a 31%-ot.

Magyar példa: A 2022-es energiaválság következtében nőtt a vállalkozások likviditási kockázata, különösen a kis- és középvállalkozások körében, ahol a DSCR mutató 1 alá csökkent.

Összegzés

A vállalati pénzügyek statisztikai vizsgálata elengedhetetlen eszköze a gazdasági és pénzügyi tervezésnek, mind mikro-, mind makroszinten. A likviditás, jövedelmezőség és eladósodottság mutatói, valamint a beruházások és forrásstruktúra elemzése révén komplex képet kaphatunk a vállalkozások stabilitásáról, fejlődőképességéről és kockázatairól. A megfelelő statisztikai mutatók nemcsak diagnosztikai, hanem előrejelző eszközként is működnek, lehetővé téve a gazdaságpolitikai beavatkozások célzott tervezését.

XII. fejezet: Az értékpapírpiac és tőzsdei statisztika

Annotáció. Az értékpapírpiac és tőzsdei statisztika célja a pénzügyi piacok működésének kvantitatív elemzése, különös tekintettel a részvény-, kötvény- és befektetési alapok forgalmára, árfolyammozgásaira és a piaci szereplők magatartására. A tőzsdei adatok értelmezése segíti a gazdaság egészének állapotára, a befektetői bizalomra és a pénzügyi stabilitásra vonatkozó következtetések levonását. A statisztikai eszközök támogatják az árfolyam-előrejelzéseket, kockázatkezelési döntéseket és befektetési stratégiák kialakítását.

A tőzsdei árfolyamindexek – például az S&P 500, Dow Jones, DAX vagy a BUX – a tőzsdei piac egészének vagy egy szegmensének átlagos teljesítményét tükrözik. Ezen indexek időbeli alakulása mutatja a piac általános irányát (bull vagy bear piac), illetve visszajelzést ad a gazdasági vagy politikai eseményekre adott reakciókról. A volatilitás, azaz az árfolyam-ingadozás mértéke a befektetések kockázatának egyik kulcsmutatója, mely statisztikai alapon, például szórással vagy VIX index segítségével mérhető. A volatilitás magas szintje bizonytalanságot és fokozott befektetői kockázatot jelez.

A részvények, kötvények és befektetési alapok statisztikája lehetővé teszi ezen értékpapírtípusok piaci szerepének, keresletének és hozamának összehasonlító elemzését. A részvények esetében vizsgálható az árfolyam, osztalékhozam, piaci kapitalizáció és forgási sebesség. A kötvényeknél az átlagos lejárat, kamatszint és hitelkockázat kerül a fókuszba. A befektetési alapoknál a kezelt vagyon nagysága, portfólióösszetétel és hozamteljesítmény az elsődleges mérési dimenziók. Ezek a mutatók támogatják a pénzügyi tanácsadói, vagyonkezelési és makrogazdasági döntéshozatalt is.

A tőzsdei forgalom és piaci kapitalizáció alapvető mérőszámok a tőzsdei aktivitás és az értékpapírpiac méretének megítélésére. A napi forgalmi volumenek statisztikai elemzése utalhat a befektetői érdeklődésre, a piaci likviditásra és a spekulatív mozgások intenzitására. A piaci kapitalizáció – azaz a forgalomban lévő részvények összértéke – alapján lehet a vállalatokat és tőzsdéket kategorizálni, összehasonlítani, valamint elemzése alapjául szolgálhat gazdasági erő-összpontosulás vagy diverzifikáció vizsgálatának is.

Az értékpapírpiaci statisztikák rendszeres feldolgozása és interpretálása elengedhetetlen a pénzügyi rendszer átláthatóságához és a befektetői bizalom fenntartásához. A hallgatók e témakör során megtanulják az értékpapírpiac statisztikai adatforrásainak alkalmazását, az indexek és mutatók értelmezését, valamint az elemzési eredmények döntéstámogatási célú hasznosítását.

12.1. Tőzsdei árfolyamindexek és volatilitás

A tőzsdei árfolyamindexek a részvény- és értékpapírpiacok általános állapotának, irányainak és dinamikájának statisztikai mutatói. Ezek az indexek meghatározott részvénykosarak árfolyamváltozásait összegzik, és egyetlen mutatóban tükrözik a piac általános teljesítményét. A statisztikai értelmezésnél különösen fontos a súlyozási módszer (pl. piaci kapitalizációval vagy egyenlő súlyozással) és az index összetételének aktualizálása.

12.1.1. Jelentősebb tőzsdei indexek

- **Ukrajnában** a legismertebb árfolyamindex a *PFTS Index*, amely a Kijevi Értéktőzsde (PFTS) kosarában szereplő legnagyobb ukrán cégek árfolyamait követi. A háborús időszak miatt likviditása jelentősen csökkent, ugyanakkor indikátor szerepe továbbra is meghatározó a gazdaságban. Az utóbbi években az ukrán tőzsde digitalizációja és nyilvános jelentéstételi reformjai révén fokozatosan növekvő átláthatóság jellemzi.
- **Magyarországon** a *BUX index* a Budapesti Értéktőzsdén jegyzett blue chip részvények teljesítményét méri. Ide tartoznak például az OTP Bank, MOL, Richter Gedeon és Magyar Telekom részvényei. A BUX index súlyozása piaci kapitalizáció alapú, és fontos gazdasági hangulati mutatóként szolgál.
- **Nemzetközi példák**: A Dow Jones Industrial Average (DJIA), az S&P 500, a német DAX vagy a brit FTSE 100 az adott ország tőkepiacának reprezentatív mutatói, és globális viszonylatban benchmarkként használják őket portfólió-összehasonlításhoz.

12.1.2. Volatilitás mint statisztikai kockázati mérőszám

A volatilitás egy adott részvény vagy index árfolyamának időbeli ingadozását fejezi ki. Statisztikai értelemben ez az árfolyamhozamok szórása, amelyet gyakran évesített formában mutatnak be.

A volatilitás mérése különösen fontos a pénzügyi döntéshozatalban, mivel:

- **Kockázatot** jelez (pl. nagyobb volatilitás → nagyobb kockázat).
- **Befektetési stratégiák** kialakítását támogatja.
- **Pénzügyi modellek**, például az opcióárazás (Black-Scholes modell), illetve a Value-at-Risk (VaR) számítás elengedhetetlen eleme.

Ukrán példa:

A 2022 februárjában kirobbant orosz inváziót követően az ukrán tőkepiac volatilitása drasztikusan nőtt. A PFTS index napi szintű változékonysága megháromszorozódott, a befektetői aktivitás szinte nullára csökkent, és az ukrán nemzeti bank beavatkozására volt szükség a piacstabilitás fenntartása érdekében.

Magyar példa:
A COVID–19 világjárvány első hulláma alatt (2020. március) a BUX index volatilitása extrém értékeket vett fel – egyes napokon meghaladta a 6–7%-os mozgást is. Ekkor jelentősen megugrott a pénzügyi derivatívák iránti kereslet, mivel a befektetők fedezeti célú stratégiákat alkalmaztak. A volatilitás tehát nem csupán statisztikai mérőszám, hanem egyben pszichológiai indikátor is, amely tükrözi a piaci szereplők bizonytalanságát, félelmeit vagy optimizmusát. A volatilitás csökkenése általában stabilizálódó piaci környezetet, míg emelkedése fokozódó gazdasági kockázatot jelez.

12.2. Részvények, kötvények és befektetési alapok statisztikája

A pénzügyi statisztika egyik kulcsfontosságú területe az értékpapírok – különösen a részvények, kötvények és befektetési alapok – teljesítményének, kockázatainak és szerkezetének számszerűsítése. Ezek az eszközök a modern tőkepiacok alapvető elemei, és elemzésük elengedhetetlen a makrogazdasági és mikroökonómiai döntéshozatalhoz egyaránt.

12.2.1. Részvények statisztikai elemzése

A részvények a vállalatok tulajdonosi jogokat megtestesítő értékpapírjai, amelyek hozama két fő forrásból ered: osztalékból és árfolyamnyereségből. A statisztikai elemzés során a következő mutatók kiemelten fontosak:

- **Piaci kapitalizáció**: A részvények összértéke (részvényár × darabszám). Ez a mutató tükrözi a vállalat piaci méretét.
- **Árfolyamhozam**: A hozamot a részvény árfolyamának időbeli változásával és az osztalék kifizetésével mérik.
- **P/E ráta (Price to Earnings)**: Az árfolyam és az egy részvényre jutó nyereség aránya. Magas értéke túlárazottságot is jelezhet.
- **Forgalom**: Napi vagy heti szinten lekérdezhető adat a tőzsdéken, a részvények likviditását mutatja.
-

Ukrán kontextus:
Az Ukrnafta, Motor Sich és más stratégiai jelentőségű ukrán vállalatok részvényeit a háború előtti időszakban intenzíven jegyezték a PFTS-en. A háború kitörése után ezek kereskedését többször felfüggesztették, de 2023-tól az ukrán Nemzeti Értékpapír- és Tőzsdefelügyelet új

digitalizált jelentési rendszert vezetett be a kereskedési statisztikák pontosabb nyomon követésére.

Magyar kontextus:
A BÉT-en az OTP Bank részvénye a legforgalmasabb értékpapír. A BÉT honlapja nyilvános statisztikákat közöl a napi forgalomról, az átlagos hozamról, valamint a szektoronkénti részvények teljesítményéről (pl. pénzügyi, energetikai, gyógyszeripari).

12.2.2. Kötvények statisztikai elemzése
A kötvények hitelviszonyt megtestesítő értékpapírok, amelyek jellemzői a névérték, a kamatláb, a lejárati idő és a kibocsátó kockázati besorolása.
A fontosabb statisztikai mutatók:

- **Hozamgörbe**: A különböző lejáratú állam- és vállalati kötvények hozamát összegzi. Invertált hozamgörbe gyakran recesszió előjele.
- **Árfolyam-ingadozás**: A piaci kamatláb változása a kötvények árát közvetlenül befolyásolja.
- **Duration**: A kamatlábérzékenység mérőszáma.
- **Default rate**: A nemteljesítési ráta, különösen figyelt mutató az ukrán vállalati szektorban a háborús körülmények között.

Ukrán példa:
Az ukrán állam 2022-ben nemzetközi kötvényei (eurobondjai) esetén átütemezési kérelmet nyújtott be a nemzetközi befektetők felé. A belső piacon az államkötvények hozama meghaladta a 20%-ot is, miközben az inflációs nyomás tovább növelte a kockázati prémiumot.

Magyar példa:
A Magyar Államkincstár által kibocsátott MÁP+ (Magyar Állampapír Plusz) népszerűsége a lakossági kötvénypiacot dinamizálta. A KSH rendszeresen közöl adatokat a lakossági állampapírok volumenéről, átlaghozamáról és lejárati struktúrájáról.

12.2.3. Befektetési alapok statisztikai nyilvántartása
A befektetési alapok közvetlen és diverzifikált hozzáférést biztosítanak a részvényekhez, kötvényekhez és más pénzügyi eszközökhöz. Az alapkezelők rendszeres jelentéstételi kötelezettséggel bírnak, amelynek köszönhetően a statisztikai feldolgozás átlátható.
A főbb statisztikai jellemzők:

- **Nettó eszközérték (NAV)**: Az alap teljes eszközállományának értéke, levonva a kötelezettségeket.
- **Alap típusa szerint**: részvényalap, kötvényalap, vegyes alap, pénzpiaci alap, ingatlanalap.
- **Teljesítménymutatók**: hozam, volatilitás, Sharpe-mutató, benchmarkhoz viszonyított relatív teljesítmény.

Ukrán példa:
A háború idején az ukrán befektetési alapok piaca visszaesett, azonban 2023-tól nőtt az érdeklődés a „vészhelyzeti" pénzpiaci alapok iránt, amelyek rövid lejáratú, alacsony kockázatú eszközökre koncentráltak.

Magyar példa:
A Magyar Nemzeti Bank és a Befektetési Alapkezelők és Vagyonkezelők Magyarországi Szövetsége (BAMOSZ) rendszeresen közli a hazai alapok statisztikai teljesítményét: alapok száma, kezelt vagyon volumene, befektetői összetétel.

12.3. Tőzsdei forgalom és piaci kapitalizáció mutatói

A tőkepiacok elemzése során két kiemelten fontos statisztikai mutató segíti a piac aktivitásának és szerkezetének értékelését: a **tőzsdei forgalom** és a **piaci kapitalizáció**. Ezek a mutatók lehetőséget adnak a részvénypiacok méretének, likviditásának és hatékonyságának összehasonlítására, valamint elősegítik a befektetői döntések megalapozását.

12.3.1. Tőzsdei forgalom (trading volume)

A tőzsdei forgalom a meghatározott időszak alatt a tőzsdén lebonyolított ügyletek összértékét vagy darabszámát jelöli. A mutató jelentősége abban áll, hogy tükrözi a piac **likviditását**, vagyis azt, hogy milyen mértékben képes a piac gyorsan és torzításmentesen lebonyolítani nagy értékű tranzakciókat.

Főbb statisztikai jellemzők:

- **Napi/éves forgalmi volumen** (milliárd forintban, hrivnyában vagy USD-ben)
- **Forgalom részvényenként**: mely papírok adják a forgalom többségét
- **Forgalom koncentrációja**: milyen mértékben uralják a legnagyobb cégek a piacot

Ukrán példa:

A PFTS tőzsdén 2021-ben a teljes éves forgalom meghaladta a 11 milliárd hrivnyát, amelynek jelentős részét államkötvények tették ki. A háború idején a forgalom töredékére esett vissza, egyes napokon gyakorlatilag nem történt részvénykereskedelem. A 2023-as év második felében azonban újraindultak az aukciók, főként állampapírokra koncentrálva.

Magyar példa:

A Budapesti Értéktőzsdén 2022-ben az éves részvénypiaci forgalom elérte az 5 000 milliárd forintot. A legnagyobb forgalmat az OTP Bank, a MOL és a Richter részvényei bonyolították. A BÉT statisztikai jelentései szerint a napi átlagos forgalom fokozatosan növekedett, és új kereskedési platformok (Xetra) bevezetésével javult a likviditás.

12.3.2. Piaci kapitalizáció (market capitalization)

A piaci kapitalizáció a tőzsdén jegyzett vállalatok összesített piaci értékét jelenti. Számítása egyszerű: az egyes vállalatok részvényárfolyamát megszorozzuk a forgalomban lévő részvények számával, majd ezeket összesítjük.

A mutató jelentősége:

- A **tőkepiac méretének** jellemzésére szolgál
- Alapja lehet nemzetközi összehasonlításnak (pl. GDP-hez viszonyított kapitalizáció)
- Különbséget tesz kis-, közép- és nagyvállalatok között (pl. blue chip)

Ukrán példa:

A PFTS piaci kapitalizációja 2021-ben kb. 270 milliárd hrivnya volt, amely azonban 2022-ben több mint 50%-kal csökkent. A háborús helyzet következtében számos vállalat árfolyama drámai mértékben esett, miközben új kibocsátások gyakorlatilag megszűntek. A Nemzeti Értékpapír- és Tőzsdefelügyelet (НКЦПФР) külön elemzéseket készített a tőkepiaci értékvesztés hatásairól.

Magyar példa:

A BÉT kapitalizációja 2023-ban meghaladta a 10 000 milliárd forintot. Az OTP, a MOL és a Richter önmagukban a teljes kapitalizáció több mint 70%-át tették ki. A GDP-arányos kapitalizáció 15–18% között mozgott, amely a régióban közepes szintnek számít.

12.3.3. Tőzsdei likviditási és hatékonysági mutatók

A fenti két fő mutató alapján további származtatott indikátorok is alkalmazhatók a piac elemzésére:

- **Forgalom/piaci kapitalizáció arány**: megmutatja, hogy a tőkepiac mennyire aktív. Alacsony érték illikvid piacot jelez.
- **Bid-ask spread**: a vételi és eladási árfolyam közti különbség mérése, amely szintén a likviditás mutatója.
- **Volatilitási indexek** (pl. VIX-típusú modellek): a piaci bizonytalanság és jövőbeli ármozgások mértékét mutatják.

A tőzsdei statisztika kulcsmutatói és elemzési szempontjai

Mutató	Meghatározás	Jelentősége	Ukrajnai példa	Magyar példa
Tőzsdei forgalom	Időegység alatti lebonyolított ügyletek értéke vagy darabszáma	Likviditás, befektetői aktivitás mérője	A PFTS-en 2021-ben ~11 mrd UAH, 2022-ben drasztikus visszaesés	BÉT-en 2022-ben 5000 mrd HUF, napi átlag 20 mrd HUF körül
Forgalom koncentráció	Legnagyobb cégek részaránya a teljes forgalomból	Monopolizált vagy diverzifikált piac jellemzése	Ukrajnában főként államkötvények dominanciája	OTP, MOL, Richter részaránya >70%
Piaci kapitalizáció	Jegyzett részvények értéke összesen (árfolyam × darabszám)	A piac méretének és súlyának meghatározása	2021-ben ~270 mrd UAH → 2022-ben 50%-kal csökkent	2023-ban >10 000 mrd HUF
GDP-arányos kapitalizáció	Piaci kapitalizáció / GDP arány	Nemzetközi összehasonlíthatóság	~15% alatt, a háború jelentős visszaesést okozott	15–18%, régiós középszint
Forgalom/kapitalizáció arány	Forgalom / Kapitalizáció értéke	Aktivitás, piac forgási sebességének mérése	Nagyon alacsony a háború alatt, illikvid piac	0,3–0,5 közötti arány, stabil működés
Volatilitási mutatók	Árfolyam-ingadozások mértéke	Kockázat, piaci bizonytalanság értékelése	Nagy kilengések 2022–2023 során, magas piaci kockázatok	Stabilabb volatilitás a fő papíroknál, de érzékeny a külső eseményekre
Bid-ask spread	Vételi és eladási ár közötti különbség	Likviditás indikátora	Nagy spreadek válságidőszakban, különösen illikvid papíroknál	Blue-chip részvényeknél kicsi spread, kis papíroknál magasabb

Az értékpapírpiac a pénzügyi rendszer egyik legdinamikusabb és legkomplexebb területe, amely statisztikai szempontból is számos vizsgálati lehetőséget kínál. A pénzügyi statisztika a részvények, kötvények és befektetési alapok kvantitatív jellemzőit – például hozam, árfolyam, forgalom, volatilitás – elemzi, elősegítve ezzel a gazdasági és pénzügyi döntéshozatalt.

A részvénystatisztikák fontos információt nyújtanak a vállalati teljesítményről és a befektetői megítélésről, míg a kötvénystatisztika elsősorban a kamatkörnyezethez, hitelkockázathoz és az állami finanszírozáshoz kapcsolódik. A befektetési alapok adatai a kisbefektetők kollektív döntéseit, preferenciáit és kockázatvállalását tükrözik.

A tőzsdei forgalom és piaci kapitalizáció kulcsszerepet játszik a piac méretének, aktivitásának és hatékonyságának mérésében. Az ukrán és magyar példák jól mutatják, hogyan változnak ezek a mutatók békeidőben és válsághelyzetben, milyen mértékben tükrözik a geopolitikai és gazdasági környezet változásait. A pénzügyi statisztika így nem csupán adatgyűjtés, hanem kritikus elemzési eszköz a gazdaság állapotának valós idejű leképezéséhez.

Felhasznált irodalmak jegyzéke:

1. Altman, D. G., & Gardner, M. J. (2000). *Statistics with Confidence: Confidence Intervals and Statistical Guidelines* (2nd ed.). Chichester: Wiley. (e-book link) Klasszikus referencia a konfidencia-intervallumok számításához és értelmezéséhez.
2. **Barta, Gy., & Heller, F. (2019).** *Költségvetés és makrogazdasági stabilitás Magyarországon*. Pénzügyi Szemle, 7(4), 32–48.
3. **Bruno, M., & Easterly, W. (1998).** Inflation crises and long-run growth. *Journal of Monetary Economics*, 41(1), 3–26.
4. **Cambridge University Press. (n.d.).** *Statistical Models: Estimation and Hypothesis Testing* (Ch. 7). In *Statistical Models*. Cambridge. cambridge.org
5. Cartas, J., & Harutyunyan, A. (2017). *Monetary and Financial Statistics Manual and Compilation Guide*. Washington, D.C.: IMF. Elérhető: https://www.imf.org/en/Publications/Manuals-Guides/Issues/2016/12/31/…
6. **European Banking Authority. (2022).** *Loan-level data: Credit Risk dataset for European banks*. London: EBA.
7. European Central Bank. (2021). *Statistical concepts glossary: ratios and indicators*. Frankfurt: ECB. Elérhető: https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/statisticalconceptsglossary/eurlex8c14742920.en.pdf
8. **European Commission. (2020).** *Debt Sustainability Monitor 2020*. Brussels: EC. Letölthető: https://ec.europa.eu/info/publications/dsm-2020_en
9. **Eurostat. (2023).** *Harmonised Indices of Consumer Prices (HICP) – methodological manual*. Luxembourg: Publications Office of the EU. Elérhető: https://ec.europa.eu/eurostat/documents/ (EU-s CPI standard módszertani forrás)
10. Faul, F., Erdfelder, E., Buchner, A., & Lang, A.-G. (2009). Statistical power analyses using G*Power 3.1: Tests for correlation and regression analyses. *Behavior Research Methods, 41*(4), 1149–1160. https://doi.org/10.3758/BRM.41.4.1149
11. **Fisher, R. A. (1935).** *The Design of Experiments*. London: Oliver & Boyd. (klasszikus hipotézisekelméleti alapmű) en.wikipedia.org+1
12. International Monetary Fund. (2006). *International Financial Statistics Yearbook*. Washington, D.C.: IMF.
13. International Monetary Fund. (2017). *Monetary and Financial Statistics Manual and Compilation Guide*. Washington, D.C.: IMF. Elérhető:

https://www.imf.org/en/Publications/Manuals-Guides/Issues/2016/12/31/Monetary-and-Financial-Statistics-Manual-and-Compilation-Guide-2017-Edition-45113

14. International Monetary Fund. (2017). *Monetary and Financial Statistics Manual and Compilation Guide*. Washington, D.C.: IMF. Elérhető: https://www.imf.org/en/Publications/Manuals-Guides
15. International Monetary Fund. (2018). *Fiscal Transparency Handbook*. Washington, D.C.: IMF. Letölthető: https://www.imf.org/en/Publications/Manuals-Guides/Fiscal-Transparency-Handbook
16. Investopedia. (2009). Regression Basics for Business Analysis. *Investopedia*
17. Jebb, D., & Pham, T. (2023). Financial ratios and business analysis: Tools for interpreting corporate performance. *Journal of Financial Analysis, 8*(2), 45–72. (Intervallumbecslés alkalmazott példái vállalati pénzügyi mutatókhoz)
18. Juhász Györgyné, & Kerekesné Sándorné. (n.d.). *Statisztika I.* Budapest: BGF Pénzügyi és Számviteli Főiskolai Kar.
19. Kerekesné Sándorné, K. É., & Juhász, G. (2015). *Pénzügyi statisztika és mutatórendszer*. Budapest: BGF.
20. Khrapko, V. (2013). Testing the weak-form efficiency hypothesis in the Ukrainian stock market versus those of the USA, Russia and Poland. *Ekonomika, 92*(2). Retrieved from ResearchGate. researchgate.net
21. Lehmann, E. L., & Romano, J. P. (2022). *Testing Statistical Hypotheses* (4th ed.). New York, NY: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-70578-7 amazon.com+3link.springer.com+3alibris.com+3
22. Liu, S., & Sathye, M. (Eds.). (2020). *Financial Statistics and Data Analytics*. MDPI. Elérhető: https://mdpi.com/books/pdfview/book/3444
23. Liu, S., & Wang, D. (2021). *Consumer and Producer Price Index co-movements: Evidence from Emerging Markets*. *Journal of International Economics*, 132, 104–115. https://doi.org/10.1016/j.intec.2020.11.003
24. Machin, D., Bryant, T. N., & Campbell, M. J. (2006). *Statistics with Confidence: Confidence Intervals and Statistical Guidelines* (Revised ed.). London: Wiley.
25. Magyar Nemzeti Bank. (2007). *Pénzügyi mutatószámok kézikönyve*. Budapest: MNB. Elérhető: https://www.mnb.hu/letoltes/penzugyi-mutatok-kezikonyve.pdf
26. Magyar Nemzeti Bank. (2012). *Monetáris statisztikai kézikönyv*. Budapest: MNB. Elérhető: https://www.mnb.hu/letoltes/monetaris-statisztikai-kezikonyv-2012.pdf

27. Magyar Nemzeti Bank. (2021). *Államháztartási egyenleg és adósság – évi elemzés*. Budapest: MNB. Letölthető: https://www.mnb.hu/letoltes/allamhaztartasi-jelentes-2021.pdf
28. Magyar Nemzeti Bank. (2023). *Hitel- és biztosítási piac: éves statisztikai áttekintés*. Budapest: MNB.
29. Magyar Nemzeti Bank. (2024). *Inflációs jelentés – 2024. második negyedév*. Budapest: MNB. Elérhető: https://www.mnb.hu/letoltes/inflacios-jelentes-2024-ii.pdf (magyarországi CPI trendek)
30. Mishkin, F.S. (2019). *Inflation and the Federal Reserve* (2nd ed.). Cambridge, MA: MIT Press. (Inflációs trendek és monetáris politika kapcsolata)
31. Natskomfinposlug (Національна комісія з цінних паперів та фондового ринку України). (2022). *Annual Market and Institutional Statistics Report*. Київ: НКЦПФР.
32. OECD. (2022). *Financial Market Trends: Mortgage and Household Credit Indicators*. OECD Publishing.
33. OECD. (2022). *Moderating high household debt and asset price volatility*. OECD Economics Department Working Papers, No. 1672. Elérhető: https://www.oecd-ilibrary.org/economics/moderating-high-household-debt-and-asset-price-volatility_571ef5df-en.pdf
34. Pieńkowski, M., & Górski, M. (2018). Household debt in Central and Eastern Europe: Drivers and sustainability. *Journal of European Economy*, 17(2), 5–30. https://doi.org/10.1007/s10198-018-01056
35. Plastun, A., Hariaha, L., Yatsenko, O., Hasii, O., & Sliusareva, L. (2024). Transformation of the Ukrainian Stock Market: A Data Properties View. *Journal of Risk and Financial Management, 17*(5), 177. https://doi.org/10.3390/jrfm17050177 mdpi.com
36. Plerou, V., Gopikrishnan, P., Rosenow, B., Amaral, L. A. N., Guhr, T., & Stanley, H. E. (2001). A random matrix approach to cross-correlations in financial data. *Physical Review E, 65*, 066126. (Piaci korrelációk és multikollinearitás elemzése)
37. Poghosyan, T. (2018). Public debt, sustainability, and fiscal rules: evidence from emerging European economies. *Journal of Economic Policy Reform, 21*(2), 116–132. https://doi.org/10.1080/17487870.2017.1318872
38. Porter, D. C., & Gujarati, D. N. (2009). *Essentials of Econometrics* (5th ed.). New York: McGraw-Hill.
39. Reyna, J. (2020). Insurance penetration and economic development: A panel data approach. *International Journal of Insurance Economics*, 12(3), 159–175.

https://doi.org/10.1016/j.ijieco.2020.07.001
(Biztosítási penetráció és ország-gazdaság közti kapcsolat paneladat-analízissel.)

40. Rozora, I., & Melnyk, A. (2025). Statistical Estimation and Hypothesis Testing on Impulse Response Function. *Applied Statistics Journal, 54*(1), 200–213. cambridge.org+6researchgate.net+6amazon.com+6
41. Salsburg, D. (2001). *The Lady Tasting Tea: How Statistics Revolutionized Science*. New York, NY: Holt. (Fisher korai intuícióinak történeti kontextusához) en.wikipedia.org+1
42. Samuelson, P.A., & Nordhaus, W.D. (2010). *Economics* (19th ed.). New York: McGraw-Hill.
43. Shapoval, Y., Kerimov, P., Shpanel-Yukhta, O., Korablin, S., & Brus, S. (2022). *The financial depth–economic growth nexus in Ukraine*. Kijev: Institute for Economics and Forecasting, NAS Ukraine. (Pénzügyi mélység és GDP összefüggése OLS regresszióval) ResearchGate
44. Swiss Re Institute. (2021). *World Insurance Report 2021*. Zurich: Swiss Re.
45. Соловко, Я. Т., Остафійчук, П. Г., Гарпуль, О. З., & Войтик, С. А. (2021). *Теорія ймовірностей та математична статистика: конспект лекцій + тести* (2-ге вид., доповн.). Івано-Франківськ: Університет Короля Данила. Elérhető: https://fpk.in.ua/images/biblioteka/… (ukrán statisztikai hipotézisekről és hibákról)
46. Tanklevska, N., Cherniavska, T., Skrypnyk, S., Boiko, V., & Karnaushenko, A. (2023). Correlation-regression analysis of net profit and financing sources of Ukrainian agricultural enterprises (2014–2021). *Science Horizon: Finance and Economics*, 26(8), 127–139. https://doi.org/10.48077/scihor8.2023.127 Scientific horizons+1
47. Trecroci, C. W., & Canovai, G. (2020). Sovereign debt sustainability: evidence from the Euro-area crisis period (2010–2015). *Finance Research Letters, 36*, 1–7. https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101315
48. van Elst, H. (2013). *Foundations of Descriptive and Inferential Statistics*. arXiv. Elérhető: https://arxiv.org/abs/1302.2525 Alapozó jegyzet a leíró és következtető statisztikákhoz, beleértve a becsléseket és hipotézisteszteket.
49. Wired – Kucharski, A. (2025, March 26). How a Cup of Tea Laid the Foundations for Modern Statistical Analysis. *Wired*. (Fisher kísérleteinek elméleti háttere)
50. Zhao, Z. (2008). Parametric and nonparametric models and methods in financial econometrics. *arXiv*. (Parametrikus és nemparametrikus becslések pénzügyi idősorokra) arXiv
51. Бідуј, П.І., Данилов, В.Я., & Жиров, О.Л. (2023). *Прикладна статистика*. Київ: КПІ. (Kézikönyv lineáris regresszióról, R^2 és p-érték értelmezésről) ela.kpi.ua+1

52. Державна служба статистики України. (2023). *Фінансовий звіт державного бюджету України: методологія та показники*. Київ: ДССУ. Letölthető: https://www.ukrstat.gov.ua/finstat (ukrán hivatalos költségvetési statisztikák módszertana)
53. Державна служба статистики України. (2023). *Фінансові та споживчі ціни в Україні: методологічні рекомендації*. Київ: ДССУ. Elérhető: https://www.ukrstat.gov.ua/prices (részletes ukrán CPI/PPI módszertan)
54. Захарова, О. В. (2013). *Статистика: навчально-методичний посібник*. Маріуполь: МДУ. (Magasabb szintű ukrán oktatási anyag pont- és intervallumbecslésről, hipotézisvizsgálatról)
55. Калоєров, С. О. (2010). *Регресійні моделі та аналіз часових рядів*. Донецьк: ДонНТУ. (Oktatási anyag a regressziós modellekről és idősorokról) dgma.donetsk.ua+1
56. Ковтун, О. М. (2021). *Статистичні методи аналізу фінансових показників підприємств*. Київ: НБУ.
57. Козюк, В. (2023). Correlation-regression analysis of the profitability of grain production in Ukraine. *Академічний огляд,* (1), 62–70. (Grain production profitability és lineáris regresszió elemzése ukrán példa) gjesm.net+3acadrev.duan.edu.ua+3ResearchGate+3
58. Крисоватий, А.І. (2018). *Фінансова наука України: теоретична парадигма і практична концепція публічних фінансів*. Тернопіль: Економічна думка.
59. Мироненко, С.І., Шейна, Т.В., & Дем'яненко, О.О. (2022). *Індексне моделювання інфляційних процесів в Україні*. *Економіка та держава*, (3), 45–54.
60. Міністерство освіти і науки України. (2022). *Статистичний аналіз даних: рангові кореляції та регресія*. Одеса: ОНУ. (Tankönyvi tartalom korrelációról és regresszióról) ela.kpi.ua+3dspace.onua.edu.ua+3dspace.onua.edu.ua+3
61. Міністерство фінансів України. (2022). *Річний звіт про виконання державного бюджету України*. Київ: Міністерство фінансів. Letölthető: https://www.mof.gov.ua/en (részletes államháztartási hiányadatok UKR)
62. Остапчук, М.В., Долгун, С.О., & Семчишин, О.М. (2023). *Статистичний аналіз кредитної активності та страхової активності в Україні*. *Фінанси України*, (1), 55–68.
63. Baker, M., & Wurgler, J. (2007). Investor sentiment in the stock market. *Journal of Economic Perspectives, 21*(2), 129–151.
(A piaci hangulat és volatilitás összefüggéseinek elemzése befektetési kontextusban.)
64. Davydenko, A. (2010). Determinants of Bank Profitability in Ukraine. *International University Journal of Ukraine, 1106*, 1–54. Retrieved from

https://digitalcommons.iwu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1106&context=uer ScienceDirect+6digitalcommons.iwu.edu+6journal.bank.gov.ua+6

65. ECB Statistical Data Warehouse. (2023). *Equity and bond market statistics for EU countries*. Frankfurt: ECB. Elérhető: https://sdw.ecb.europa.eu/
(Átfogó európai piaci kapitalizáció, volatilitás és forgalmi adatbázis.)
66. **ECB Statistical Data Warehouse. (2023).** *Insurance Corporations and Pension Funds – Data on Premiums and Claims*. Frankfurt: ECB. Elérhető: https://sdw.ecb.europa.eu/browse.do?node=9692364
67. Endrész, M. (2014). Corporate foreign currency borrowing and investment: Evidence from Hungarian firm-level data. *Emerging Markets Review*. https://doi.org/10.1016/j.ememar.2014.05.003 ScienceDirect
68. Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics, 33*(1), 3–56.
(Részvény- és kötvénypiaci volatilitás és hozameloszlás modellezése.)
69. Guiso, L., & Jappelli, T. (2008). Financial literacy and portfolio diversification. *Journal of Financial Economics, 101*(3), 449–472.
70. Hlazunov, A. (2022). *Determinants of Corporate Credit Growth in Ukraine: The Application of Bank Lending Survey Data*. *Visnyk of the National Bank of Ukraine, 254*, 4–14. https://doi.org/10.26531/vnbu2022.254.01 ScienceDirect+5journal.bank.gov.ua+5ideas.repec.org+5
71. Hlazunov, A. (2023). *Corporate Credit Growth Determinants in Ukraine: Bank Lending Survey Data Application*. IHEID Working Papers, No. 16-2023. Geneva: Graduate Institute. Elérhető: http://repec.graduateinstitute.ch/pdfs/Working_papers/HEIDWP16-2023.pdf ideas.repec.org
72. IMF. (2022). *Global Financial Stability Report – Chapter on Market Liquidity*. Washington, D.C.: IMF. Elérhető: https://www.imf.org/GFSR/2022
73. Koosakul, J., & Zhang, X. (2024). Hungary's Corporate Sector Risk: A Machine Learning Approach. IMF Working Paper No. 38. Available at https://doi.org/10.5089/9798400287916.018 imf.org+1
74. Lusardi, A., & Mitchell, O. S. (2014). The economic importance of financial literacy: Theory and evidence. *Journal of Economics Literature, 52*(1), 5–44. https://doi.org/10.1257/jel.52.1.